

Uniwersytet Jagielloński
Instytut Fizyki
im. Mariana Smoluchowskiego
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej

Ewelina Czaicka

*LINIOWY MODEL POZYTONOWEGO
TOMOGRAFU EMISYJNEGO*

Praca magisterska
napisana w Zakładzie Fizyki Jądrowej
po kierunkiem:
prof. dr hab. Pawła Moskala



Kraków, 2008

Podziękowania

Szczególne podziękowania chciałam złożyć mojemu promotorowi prof. dr hab. Pawłowi Moskalowi za pomoc i wiele cennych uwag w trakcie powstawania tej pracy, ubogając jej treść i eliminując niedociągnięcia.

Podziękowania należą się również Erykowi Czerwińskiemu, Grzegorzowi Stawowy, Paulinie Rosickiej i Marcinowi Zielińskiemu za bezinteresowną pomoc oraz Dagmarze Rozpędzik, Jarosławowi Zdebikowi, Michałowi Silarskiemu i Jakubowi Bożkowi za wsparcie i miłą atmosferę pracy.

Pragnę także ciepło podziękować moim Rodzicom i Siostram oraz Michałowi Machajowi za pomoc, wyrozumiałość i cierpliwość podczas redagowania pracy.

Spis treści

I. Wstęp.....	5
II. Podstawy działania pozytonowej tomografii emisyjnej (PET)	7
A. Fizyczne podstawy działania PET	7
1. Rozpad promieniotwórczy β^+	7
2. Anihilacja pozytonów.....	8
B. Radiofarmaceutyki stosowane w PET.....	14
1. Najważniejsze znaczniki pozytonowe	14
2. Otrzymywanie radiofarmaceutyków	15
III. Detekcja kwantów promieniowania anihilacyjnego z reakcji $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$	19
A. Detektory stosowane w tomografii PET.....	19
1. Rodzaje detektorów	19
2. Widmo energetyczne	20
3. Metody koincydencji	22
IV. Liniowy model pozytonowego tomografu emisyjnego	27
A. Zasada działania modelu	27
B. Ilościowy opis rozpadu β^+ i symulacji	29
1. Źródło promieniotwórcze	29
2. Opis symulacji procesów detekcji	32
C. Wyniki symulacji	36
1. Zależność liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów	36
D. Pomiary.....	38
1. Analiza sygnałów	38
2. Schemat budowy aparatury.....	40
3. Pomiar rozkładu gęstości źródła ^{22}Na	40
V. Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacją	43
A. Porównanie wyników	43
B. Wyznaczenie rozdzielczości przestrzennej modelu	44
C. Studia rozdzielczości	47
VI. Podsumowanie	49
Przykłady zastosowań pozytonowej tomografii emisyjnej.....	51
Spis tabel.....	52

Spis rysunków	53
Bibliografia	55

I. Wstęp

Celem niniejszej pracy było opracowanie nowego ćwiczenia na II pracownię fizyczną Instytutu Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. Ćwiczenie to ma na celu zaprezentowanie zasady działania pozytonowego tomografu emisyjnego.

Pozytonowy tomograf emisyjny (PET) jest urządzeniem wykorzystywanym w diagnostyce medycznej. Urządzenie to pozwala zlokalizować wprowadzoną do organizmu substancję chemiczną znakowaną izotopem promieniotwórczym ulegającym rozpadowi β^+ (radiofarmaceutykiem). Metoda pozytonowej tomografii emisyjnej pozwala nie tylko określić położenie, w którym znakowana substancja się gromadzi, ale również pozwala na wyznaczenie zmian jej stężenia w czasie. Dlatego za pomocą takiego tomografu możemy śledzić jak przemieszcza się w organizmie radiofarmaceutyk. Położenie radiofarmaceutyku wyznacza się na podstawie kierunku lotu kwantów γ powstających z anihilacji pozytonu z rozpadu znacznika pozytonowego. Do pomiaru kwantów gamma pochodzących z anihilacji pozytonu i elektronu wykorzystuje się system kilku tysięcy detektorów rejestrujących pary kwantów γ w koincydencji. Posiadając rozkład gęstości radiofarmaceutyku jesteśmy w stanie wyznaczyć obszar o wzmożonym lub upośledzonym metabolizmie. Często stosowanym radiofarmaceutykiem jest glukoza znakowana promieniotwórczym izotopem fluoru. Wiedząc, że komórki rakowe pochłaniają większą ilość glukozy niż komórki zdrowe, na podstawie rozkładu gęstości glukozy możemy stwierdzić, które komórki są chore.

Najprostszym przykładem który zaprezentuje nam zasadę działania pozytonowego tomografu emisyjnego będzie układ składający się z dwóch detektorów leżących naprzeciwko siebie. W doświadczeniu użyjemy detektory scyntylacyjne z kryształem jodku sodu aktywowanym talem a emiterym pozytonów będzie izotop promieniotwórczy ^{22}Na , który będzie znajdował się w pudełku. Pudełko to jest tak zaprojektowane że można zmieniać w nim konfiguracje źródeł oraz jego położenie względem detektorów. Posiadając liczbę zarejestrowanych par kwantów anihilacyjnych w funkcji położenia detektorów otrzymam rozkład gęstości źródeł w naszym pudełku. Rozkład gęstości źródeł w zamkniętym pudełku można traktować jako analog rozkładu gęstości radiofarmaceutyku w badanym pacjencie. Wyniki które uzyskałam zostały przedstawione w podrozdziale D rozdziału IV.

Aby sprawdzić czy otrzymane wyniki zgadzają się z założeniami teoretycznymi wykonałam symulacje komputerowe za pomocą programu napisanego w języku programowania Fortran. Na samym początku symulacji losowałam energię pozytonu zgodnie

z rozkładem energii odpowiednim dla ^{22}Na . Następnie zgodnie z rozkładem jednorodnym losowałam współrzędne punktu w którym następuje rozpad β^+ wewnątrz próbki ^{22}Na oraz kierunek, w którym będzie poruszał się pozyton. Znając punkt wytworzenia pozytonu, kierunek jego lotu, energię oraz zasięg dla danej energii wyliczam współrzędne miejsca w którym anihiluje on z elektronem. Mając współrzędne punktu anihilacji losuję zgodnie z rozkładem jednorodnym kierunek w którym będą poruszały się kwanty gamma. Następnie sprawdzam czy kwanty γ z jednej anihilacji trafiły do obu detektorów. Aby stwierdzić czy tak się stało wystarczy zarejestrować w koincydencji kwanty gamma w dwóch detektorach, leżących naprzeciwko siebie. Kolejnym etapem programu jest obliczenie drogi jaką pokonałby kwant γ w detektorze gdyby nie zareagował z jego materiałem. Gdy znam już drogi kwantów gamma w detektorach mogę obliczyć prawdopodobieństwo jednoczesnego zarejestrowania obu kwantów. Dokładny opis kolejnych etapów symulacji oraz jej wyniki przedstawiłam w podrozdziale B i C rozdziału IV.

W rozdziale V porównałam zależności liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów otrzymane z symulacji i z przeprowadzonego ćwiczenia. Ponieważ wyniki z symulacji bardzo dobrze zgadzały się z eksperymentem do wyznaczenia przestrzennej zdolności rozdzielczej modelu liniowego pozytonowego tomografu emisyjnego wykorzystałam symulacje. W niniejszej pracy pokazałam również jak zmienia się przestrzenna zdolność rozdzielcza dla różnej odległości pomiędzy detektorami.

II. Podstawy działania pozytonowej tomografii emisyjnej (PET)

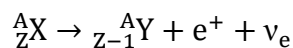
Pozytonowa tomografia emisyjna PET polega na obserwacji stężenia oraz przemieszczania się wybranej substancji chemicznej używanej w procesie metabolizmu. Informacje tą uzyskujemy wprowadzając do organizmu substancję chemiczną znakowaną nuklidem promieniotwórczym ulegającym rozpadowi β^+ . Do pomiarów kwantów gamma pochodzących z anihilacji pozytonu i elektronu wykorzystuje się system kilku tysięcy detektorów rejestrujący pary kwantów gamma w koincydencji. System detektorów połączony jest z komputerem gdzie zapisuje się informacje o mierzonych koincydencjach, następnie używając specyficznych metod obrazowania [1] otrzymujemy rozkład gęstości farmaceutyku w badanym ciele.

A. Fizyczne podstawy działania PET

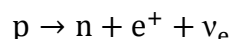
1. Rozpad promieniotwórczy β^+

Rozpad β^+ polega na zamianie protonu w neutron w jądrze nuklidu promieniotwórczego. W rozpadzie tym liczba atomowa Z powstałego jądra zmniejsza się o jeden, a liczba masowa A nie ulega zmianie. W rozpadzie promieniotwórczym β^+ ulegające przemianie jądro emituje dwie cząstki: pozyton e^+ i neutrino elektronowe ν_e .

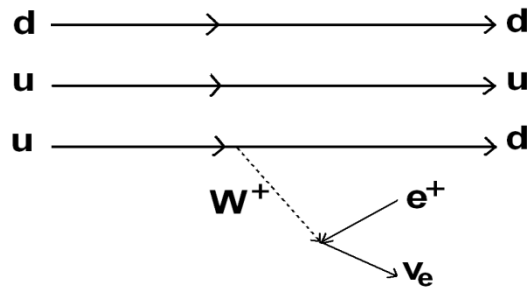
Obecnie rozpad promieniotwórczy β^+ możemy rozpatrywać na trzech poziomach struktury materii. Na poziomie jądrowym przemianę β^+ jądra A_ZX w jądro ${}^A_{Z-1}Y$ możemy zobrazować następująco:



Na poziomie nukleonowym przemiana polega na zamianie protonu p w neutron n :



Natomiast na poziomie kwarkowym przemiana polega na zamianie kwarku up (u) na kwark down (d) poprzez emisję bozonu W^+ , który następnie rozpada się na pozyton i neutrino elektronowe:



Rys. 1. Schemat rozpadu β^+ na poziomie kwarkowym [2].

Rozpad jądra na trzy cząstki powoduje, że widmo energetyczne pozytonów jest widmem ciągłym, rozciągającym się od zera do energii maksymalnej E_{\max} , zależnej od właściwości jądra ulegającego przemianie.

2. Anihilacja pozytonów

Pozyton wyemitowany przez jądro atomowe po wyhamowaniu ulega anihilacji w reakcji z elektronem. Zjawisko anihilacji elektronu i pozytonu polega na zmianie ich masy na energię emitowaną w postaci kwantów gamma. Zjawisko to jest podstawą działania pozytonowej tomografii emisyjnej.

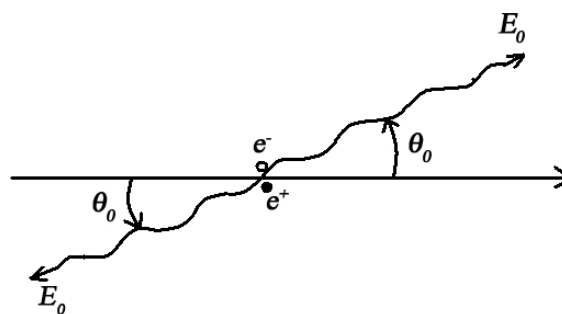
Jednym z czynników zmniejszających precyzyjną lokalizację miejsca rozpadu jądra jest fakt, że pozytony nie anihilują zaraz po powstaniu tylko po przebyciu pewnej odległości, która zależy od ich energii kinetycznej. Ponadto pozytony o danej energii nie koniecznie docierają na tę samą odległość. Dzieje się tak ponieważ pozyton w zderzeniu z elektronami może tracić różne wartości energii i może ulegać, ze względnie dużym prawdopodobieństwem, rozpraszaniu pod dużymi kątami. Dlatego nie można jednoznacznie określić zasięgu pozytonów, możemy jedynie wyznaczyć promień kuli, w której zatrzymuje się dany ułamek liczby pozytonów emitowanych w jej środku. Jako przykład podamy hamujące w wodzie pozytony z rozpadu β^+ ^{68}Ga , o energii maksymalnej $E_{\max} = 1,9 \text{ MeV}$. 50% tych pozytonów zatrzymuje się wewnątrz kuli o promieniu 1,6 mm, a 90% w kuli o promieniu 3,7 mm [1]. Dlatego dla danej energii pozytonu wyznaczamy średni zasięg w danym materiale. W tabeli 1 zostały przedstawione izotopy najczęściej stosowane w pozytonowej tomografii emisyjnej.

Tab.1. Nuklidy promieniotwórcze stosowane w metodzie PET [3, 4, 5].

Izotop	Średni zasięg w wodzie [mm]	Maksymalna energia pozytonu E_{\max} [MeV]
^{11}C	1,7	0,96
^{13}N	2,0	1,19
^{15}O	2,7	1,70
^{18}F	1,4	0,64
^{68}Ga	1,6	1,88

Proces anihilacji może zachodzić w kilku wariantach. Może nastąpić poprzez zderzenie się pozytonu z elektronem w bliskości jądra atomu, przy czym obie te cząstki znikają, a powstaje foton γ . Jednakże taki proces jest mało prawdopodobny ze względu na kulombowskie odpychanie pozytonu przez jądro. Bardziej prawdopodobny jest proces polegający na zderzeniu się pozytonu z elektronem i anihilacja tych cząstek na dwa lub więcej kwantów γ . W wyniku anihilacji całkowita energia pary zmienia się na energię powstających kwantów gamma. Prawdopodobieństwo takiego procesu wzrasta wraz z malejącą względną energią oddziałującej pary pozyton-elektron.

W przypadku anihilacji na dwa kwanty gamma, w układzie środka masy pary pozyton-elektron, ze względu na zasadę zachowania pędu kwanty gamma rozbiegają się kolinearnie, tak jak na rysunku nr 2.



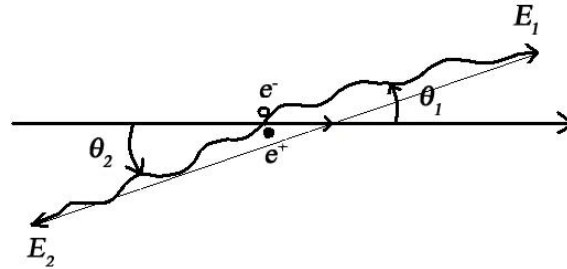
Rys. 2. Kierunek emisji dwóch anihilujących kwantów gamma w układzie środka masy.

Każdy z tych kwantów posiada energię równą [6]:

$$E_0 = m_0 c^2 - \frac{1}{2} E_b$$

gdzie E_b to suma ich energii kinetycznych oraz energii wiązania pozytonu i elektronu w materiale. Jest ona niewielka w porównaniu z $m_0c^2 = 511\text{keV}$ [7].

W laboratoryjnym układzie odniesienia (rysunek 3), para pozyton-elektron porusza się z pewną prędkością. Dlatego w stosunku do układu środka masy zarówno kierunek emisji kwantów gamma, jak i energia E_0 ulega zmianie.



Rys. 3. Kierunek emisji dwóch anihilujących kwantów gamma w układzie laboratoryjnym.

Zatem w układzie laboratoryjnym dwa kwanty anihilacyjne nie będą rozbiegać się kolinearnie. Aby obliczyć odchylenie od kolinearności, które możemy zdefiniować jako:

$$\delta\theta \equiv \theta_1 - \theta_2$$

Musimy posłużyć się transformacją łączącą ze sobą kąty $\theta_0, \theta_{1,2}$ wyprowadzoną w ramach szczególnej teorii względności [8]

$$\text{tg}\theta_{1,2} = \frac{\sin\theta_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\cos\theta_0 \pm \frac{v}{c}}$$

gdzie v jest prędkością pary pozyton-elektron.

Korzystając z faktu, że $\delta\theta$ jest małe, z powyższej relacji i ze wzoru na tangens różnicy kątów otrzymujemy:

$$\delta\theta = \text{tg}(\theta_1 - \theta_2) \approx 2\frac{v}{c} \sin\theta_0 + O\left(\frac{v^2}{c^2}\right) + \dots$$

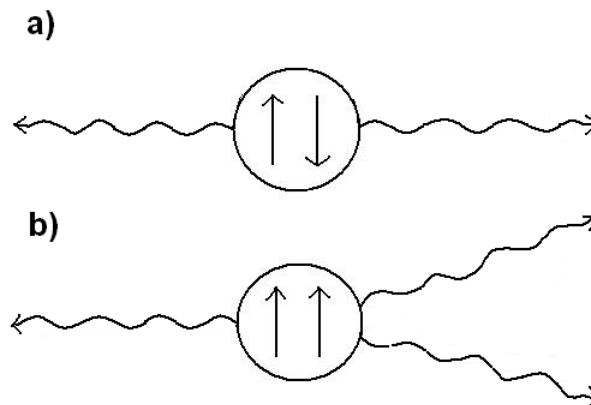
Jeżeli zaniedbamy małe różnice między kątami θ i w argumentie funkcji sinus przyjmiemy, że $\theta_0 = \theta_1 = \theta_2$, to otrzymamy [6]:

$$\delta\theta \approx 2\frac{v}{c} \sin\theta_1 \approx 2\frac{v}{c} \sin\theta_2 \approx \frac{p_T}{m_0c}$$

gdzie p_T jest rzutem pędu pary pozyton-elektron na kierunek prostopadły do kierunku emisji kwantów gamma. Całkowity pęd pary pozyton-elektron jest praktycznie równy pędowi

pozytonu i jest rzędu $10^{-2}m_0c$ [6], skąd odchylenie od kolinearności dwóch anihilujących kwantów gamma jest niewielkie, rzędu kilku miliradianów.

Przy przechodzeniu przez materię pozyton traci energię kinetyczną w wyniku oddziaływania z elektronami. Gdy pozyton z małą energią rzędu kilku eV zbliży się do słabo związanego elektronu, wtedy może utworzyć się chwilowo układ pozyton-elektron. Układ ten posiada stany stacjonarne, odpowiadające związaniu pozytonu z elektronem w nietrwały quasi-atom zwany pozytonium. W widmie pozytonium odróżniamy stany singletowe i trypletowe. Stan singletowy (parapozytonium) mamy wówczas, gdy spiny pozytonu i elektronu skierowane są przeciwnie, a wypadkowy spin równy jest zero (rysunek 4a). Natomiast stan trypletowy (ortopozytonium), gdy spiny obu cząstek skierowane są zgodnie, a wypadkowy spin równy jest $1\hbar$ (rysunek 4b).



Rys. 4. Anihilacja parapozytonium i ortopozytonium [9].

Ze względu na różną parzystość ładunkową dla stanu singletowego i trypletowego rozróżniamy anihilacje pozytonu i elektronu na dwa lub trzy kwanty gamma. Parzystość układu względem sprzężenia ładunkowego wynosi [10]:

$$C = (-1)^{L+S}$$

Natomiast parzystość względem inwersji przestrzennej dana jest zależnością:

$$P = (-1)^{L+1}$$

Gdzie L to orbitalny moment pędu a S całkowity spin pary e^+e^- .

Całkowity moment pędu jest równy:

$$J = L + S$$

Gdy pozytonium jest w stanie singletowym 1^1S_0 (w notacji spektralnej używamy zapisu $2^{S+1}L_J$) z $J = 0$ oraz z $C = +1$ ulega anihilacji na dwa kwanty gamma. Natomiast ze względu

na fakt, że $C_\gamma = -1$ stan trypletowy 1^3S_1 z całkowitym momentem pędu $J = 1$ i z parzystością ładunkową równą $C = -1$ musi rozpadać się na nieparzystą liczbę kwantów γ ponieważ układ n kwantów gamma będzie miał parzystość ładunkową równą:

$$C = (-1)^n$$

Szerokość rozpadu dla stanu singletowego jest opisana następującym wzorem [10]:

$$\Gamma(2\gamma) = \frac{\alpha^5 m}{2}$$

gdzie m to masa elektronu, a α oznacza stałą struktury subtelnej.

Natomiast rozpad stanu, który jest trypletem spinowym będzie wolniejszy o czynnik rzędu α i wynosi:

$$\Gamma(3\gamma) = \frac{2(\pi^2 - 9)}{9\pi} \alpha^6 m.$$

Dlatego szybkość rozpadu pozytonium (odwrotność czasu życia) na dwa kwanty γ jest znacznie większa od szybkości rozpad na trzy kwanty γ (tabela nr 2)

Tab. 2. Szybkość rozpadu stanów pozytonium [10].

	Teoria [s^{-1}]	Eksperyment [s^{-1}]
$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$	$(7,985 \pm 0,002)10^9$	$(7,99 \pm 0,11)10^9$
$e^+e^- \rightarrow 3\gamma$	$(7,0386 \pm 0,0004)10^6$	$(7,05 \pm 0,01)10^6$

Przekrój czynny na proces anihilacji z udziałem dwóch kwantów γ jest około 371 razy większy niż przekrój czynny na proces na trzy kwanty γ . Zatem około 99,7% wszystkich procesów to właśnie anihilacja z udziałem dwóch kwantów gamma, z których każdy w układzie środka masy pary e^+e^- , ma ściśle określoną energię: $(510.995 \pm 0,0012)$ keV. W pozostałych przypadkach powstałe kwanty gamma mają ciągle widma energetyczne.

Przekrój czynny na proces anihilacji pozytonu i elektronu z udziałem dwu kwantów gamma sumowany po wszystkich możliwych ustawieniach spinu obliczony został przez Diraca i wynosi [6]:

$$\sigma_{2\gamma} = \frac{\pi r_0^2}{\gamma + 1} \left(\frac{(1 + 4\gamma + \gamma^2)}{\gamma^2 - 1} \ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}) - \frac{3 + \gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right)$$

gdzie:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

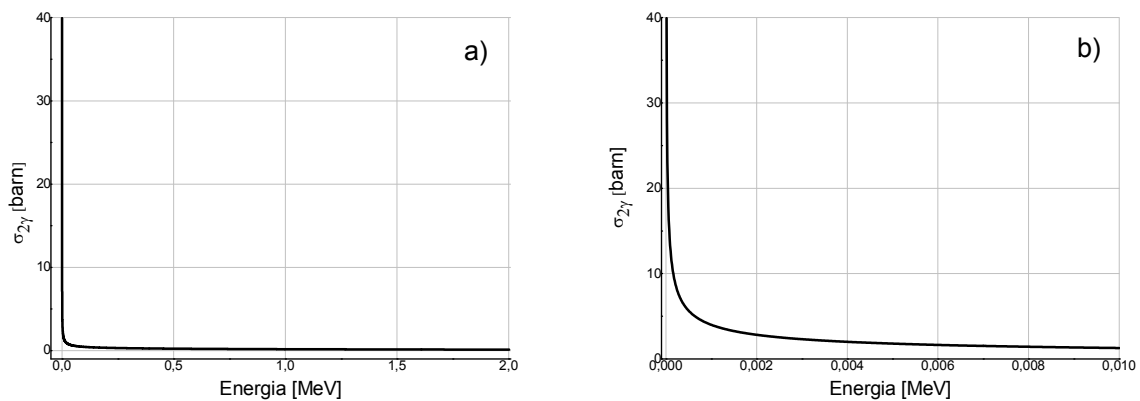
v – prędkość pozytonu

c – prędkość światła

r_0 – klasyczny promień elektronu

$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2}$, gdzie ϵ – przenikalność elektryczna

m_0 – masa spoczynkowa elektronu.



Rys. 5. Przekrój czynny na proces anihilacji z udziałem dwóch kwantów γ w funkcji energii:

- a) w zakresie energii kinetycznej od 0 do 2 MeV, oraz
- b) w zakresie od 0 do 10 keV.

Z rysunku 5a możemy wnioskować, że dla energii powyżej kilku keV prawdopodobieństwo anihilacji na dwa kwanty γ jest w przybliżeniu stałe natomiast gwałtownie rośnie zbliżając się do energii bliskich zeru co dobrze jest widoczne na rysunek 5b.

W granicy małych prędkości przekrój czynny na proces anihilacji z udziałem dwóch kwantów γ można przybliżyć następującą formułą [6]:

$$\sigma_{2\gamma} = \frac{c \pi r_0^2}{v} = \frac{\pi r_0^2}{\beta}$$

Czyli przekrój czynny na anihilacje pary e^+e^- na dwa kwanty γ , gwałtownie rośnie gdy prędkość pozytonu maleje.

B. Radiofarmaceutyki stosowane w PET

1. Najważniejsze znaczniki pozytonowe

Zaletą pozytonowej tomografii emisyjnej jest to, że radionuklidy (znaczniki pozytonowe) emitujące pozytony, takie jak węgiel ^{11}C , tlen ^{15}O , azot ^{13}N , fluor ^{18}F należą do pierwiastków szczególnie ważnych w procesach metabolicznych organizmu. Wymienione izotopy są nazywane znacznikami „organicznymi” ze względu na rolę biologiczną molekuł do których są przyłączone. Drugą grupę znaczników pozytonowych stanowią znaczniki „nieorganiczne”, których rola w tomografii pozytonowej jest drugorzędna, głównie z powodu dostępności i wartości diagnostycznej.

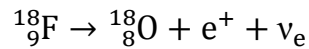
Wadą większości znaczników „organicznych” jest, niewygodny w praktyce, krótki okres połowicznego rozpadu, natomiast dla większości „nieorganicznych” znaczników pozytonowych wadą jest wysoka energia rozpadu, która niekorzystnie wpływa na rozdzielczość obrazu tomograficznego.

W tabeli nr 3 zostały przedstawione najczęściej używane znaczniki pozytonowe oraz charakteryzujące je wielkości.

Tab.3. Nuklidy promieniotwórcze stosowane w metodzie PET [3, 4, 5].

Izotop	Czas połowicznego rozpadu $t_{1/2}$ [min]	Maksymalna energia pozytonu E_{\max} [MeV]
^{11}C	20,30	0,96
^{13}N	9,97	1,19
^{15}O	2,03	1,70
^{18}F	109,80	0,64
^{68}Ga	68,30	1,88
^{82}Rb	1,26	3,15
^{94}Tc	53,00	2,50
^{122}I	3,60	3,10
^{124}Tc	4,15 dni	2,10

Najczęściej stosowanym izotopem jest ^{18}F , ze względu na najdłuższy czas połowicznego rozpadu wśród znaczników „organicznych” oraz niską energię rozpadu. Rozpad promieniotwórczy β^+ fluoru-18 można schematycznie przedstawić następująco.



2. Otrzymywanie radiofarmaceutyków

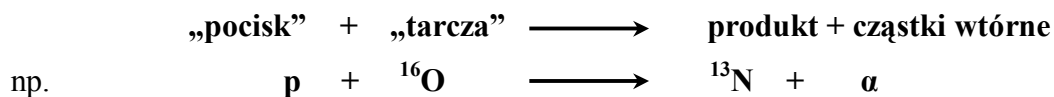
Radiofarmaceutyk jest substancją powstałą z połączenia chemicznego dwóch ważnych składników: ligandu oraz radioizotopu.

- Ligandu, czyli związku chemicznego, wykazującego gromadzenie się w obrazowanym narządzie lub tkance.
- Radioizotopu, czyli promieniotwórczego izotopu. Promieniowanie emitowane przez ten izotop jest następnie rejestrowane i pozwala odtworzyć rozmieszczenie radiofarmaceutyku w ciele pacjenta.

Ligand jest zatem nośnikiem, który dostarcza izotop w odpowiednie miejsce umożliwiając zobrazowanie danej tkanki. Ligand dobiera się w oparciu o znajomość funkcji pełnionych przez daną tkankę – są one w tej tkance wychwytywane, metabolizowane lub uczestniczą w jej fizjologicznych procesach.

Do wytwarzania znaczników pozytonowych (radioizotopów) stosowanych w pozytonowej tomografii emisyjnej używa się akceleratorów mogących przyspieszać protony, deuterony lub cząstki α (^4_2He) w zakresie energii 10-20 MeV, przy prądzie wiązki jonów rzędu 20 μA [4].

Znaczniki pozytonowe otrzymuje się w bezpośrednich reakcjach jądrowych:



gdzie zgodnie z konwencją przyjętą w fizyce jądrowej taką reakcję zapisuje się symbolicznie następująco: $^{16}\text{O}(\text{p},\alpha)^{13}\text{N}$, (^{16}O – jest tarczą, p (proton) - pociskiem, a produktem jest izotop ^{13}N oraz cząstka α).

Tarcze, których używa się do otrzymywania znaczników β^+ to lekkie jądra (od ^{12}C do ^{20}Ne).

W tabeli nr 4 przedstawiam wybrane reakcje jądrowe oraz tarcze stosowane do otrzymywania promieniotwórczych izotopów.

Tab. 4. Reakcje otrzymywania znaczników pozytonowych [1, 4].

Izotop	Reakcja	Tarcza	Produkt
^{11}C	$^{14}\text{N}(\text{p},\alpha)^{11}\text{C}$	$^{\text{nat}}\text{N}_2$ g, 99,6% ^{14}N (0,1-5% H_2) ^{14}N (O_2)	HCN , CH_4 CO , CO_2
^{13}N	$^{12}\text{C}(\text{d},\text{n})^{13}\text{N}$ $^{16}\text{O}(\text{p},\alpha)^{13}\text{N}$	$^{12}\text{CO}_2$ g $^{12}\text{CH}_4$ g H_2^{16}O c, 99,762% ^{16}O	$^{13}\text{N}_2$ $^{13}\text{NH}_3$ $^{13}\text{NO}_3^-$, $^{13}\text{NO}_2^-$,
^{15}O	$^{14}\text{N}(\text{d},\text{n})^{15}\text{O}$	99% $^{\text{nat}}\text{N}_2$ + 1% $^{16}\text{O}_2$	$^{15}\text{O}^{16}\text{O}$
^{18}F	$^{18}\text{O}(\text{p},\text{n})^{18}\text{F}$ $^{20}\text{Ne}(\text{d},\alpha)^{18}\text{F}$	H_2^{18}O c, wzbogacenie: 95% ^{18}O ^{18}O g, wzbogacenie: 95% ^{18}O $^{\text{nat}}\text{Ne}$ g, 90,51% ^{20}Ne +0,1% $^{19}\text{F}_2$	$^{18}\text{F}^-$ F_2 ($^{18}\text{F}^{19}\text{F}$) $^{18}\text{F}^{19}\text{F}$
^{68}Ga	z rozpadu ^{68}Ge (271d) $^{65}\text{Cu}(\alpha,\text{n})$, $^{68}\text{Zn}(\text{p},\text{n})$		
^{122}I	z rozpadu ^{122}Xe (20h) $^{122}\text{Te}(\text{p},\text{n})$, $^{121}\text{Sb}(\alpha,3\text{n})$		

Po otrzymaniu znacznika pozytonowego następuje chemiczne połączenie radioizotopu ze związkiem chemicznym w celu uzyskania radiofarmaceutyku, który może być podany pacjentowi.



Szczegóły dotyczące metody syntezy radiofarmaceutyku są opisane na przykład w artykule [11] i na stronie internetowej [4]

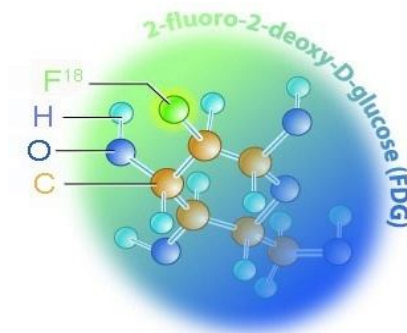
Krótki okres połowicznego rozpadu „organicznych” znaczników pozytonowych powoduje, że w emisyjnej tomografii pozytonowej preferowane są radiofarmaceutyki możliwie proste np. H_2^{15}O , $^{13}\text{NH}_3$, ^{11}CO , $^{11}\text{CO}_2$, czyli takie których synteza jest możliwie łatwa i szybka.

W tabeli 5 zostały przedstawione najczęściej stosowane radiofarmaceutyki w pozytonowej tomografii emisyjnej.

Tab. 5. Przykładowe radiofarmaceutyki [12].

Radiofarmaceutyki	Mechanizm działania	Schorzenie	Przykład
^{18}F FDG	mechanizm glukozy	onkologia, kardiologia, neurologia	rak płuc, żywotność mięśnia sercowego, choroba Alzheimerera
^{18}F znakowane długie łańcuchy kwasów tłuszczowych – ^{18}F FTHA	mechanizm beztlenowy	kardiologia	niedokrwienie
^{18}F Fluoromisonidazole	niedotlenienie	onkologia, kardiologia	nowotwory o ubogim unaczynieniu
^{18}F Methylbenperidol	receptory dopaminergiczne D2	psychiatria	schizofrenia
^{18}F Methylspiperone	receptory dopaminergiczne D2	psychiatria	schizofrenia
^{18}F Altanserine	receptory serotonergiczne S2	psychiatria	depresje
^{18}F F-DOPA	synteza dopaminy	onkologia, neurologia	choroby układu pozapiramidowego, Parkinson
^{18}F Fluoro-L-tyrosine	synteza protein, transport aminokwasów	onkologia	rak płuc, rak mózgu
^{18}F Fluorouracil	chemioterapia	onkologia	planowanie leczenia, rak jelita grubego
^{11}C Methionone	synteza protein	onkologia	szybko rozwijające się nowotwory płuc i mózgu
^{11}C Acetate	mechanizm komórkowy	kardiologia	metabolizm serca
^{11}C Polmitate	mechanizm kwasów tłuszczowych	kardiologia	niedokrwienie, metabolizm serca
^{11}C Raclopride	dopaminergiczne receptory postsynaptyczne	psychiatria	schizofrenia
^{11}C Metahydroxyephedrine	unerwienie adrenergiczne	kardiologia	schorzenia kardiologiczne
^{11}C Methylspiperone	dopaminergiczne receptory postsynaptyczne	psychiatria	schizofrenia

Najczęściej wykorzystywana w badaniu pozytonowej tomografii emisyjnej jest glukoza znakowana radioizotopem ^{18}F , której schemat struktury przedstawiony jest na rysunku nr 6. Zastosowanie glukozy pozwala śledzić metabolizm tkanek w organizmie.



Rys. 6. Postać radifarmaceutyku ^{18}F -fluorodeoksyglukoza (^{18}F - FDG) [4].

W dodatku A opisałam przykładowe zastosowania pozytonowej tomografii emisyjnej.

III. Detekcja kwantów promieniowania anihilacyjnego z reakcji $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$

A. Detektory stosowane w tomografii PET

1. Rodzaje detektorów

Detektory stosowane w emisyjnej tomografii pozytonowej powinny charakteryzować się dużą wydajnością detekcji promieniowania anihilacyjnego i powinny być małe, żeby określić dokładnie kierunki emisji fotonów. Detektory te powinny mieć także dobrą czasową i energetyczną zdolność rozdzielczą. Bardzo dobra czasowa zdolność rozdzielcza umożliwi jak najlepszą selekcję par fotonów wysyłanych równocześnie w przeciwnych kierunkach, natomiast dobra energetyczna zdolność rozdzielcza, pozwoli odróżnić fotony anihilacyjne o energii 511 keV od fotonów rozproszonych w badanym organizmie w wyniku efektu Comptona, które mają niższą energię. Wymienione warunki są spełniane w różnym stopniu, ale najlepiej przez detektory scyntylacyjne [1].

W tabeli 6 zostały przedstawione właściwości najczęściej stosowanych kryształów scyntylacyjnych w emisyjnej tomografii pozytonowej:

Tab. 6. Charakterystyka kryształów scyntylacyjnych [1, 3, 7].

Parametry	NaJ(Tl)	BGO	GSO	LSO
Gęstość [g/cm ³]	3,67	7,13	6,7	7,4
Z efektywne	50,6	74,2	58,6	65,5
Czas zaniku [ns]	230	300	60	40
Emisja światła wzg. NaJ	100	15	25	75
Śr. droga swob. [cm]	2,88	1,05	1,43	1,16
Współ. załamania	1,85	2,14	1,91	1,82
Higroskopijność	TAK	NIE	NIE	NIE
$\Delta E/E$ [%]	6,6	10,2	8,5	10

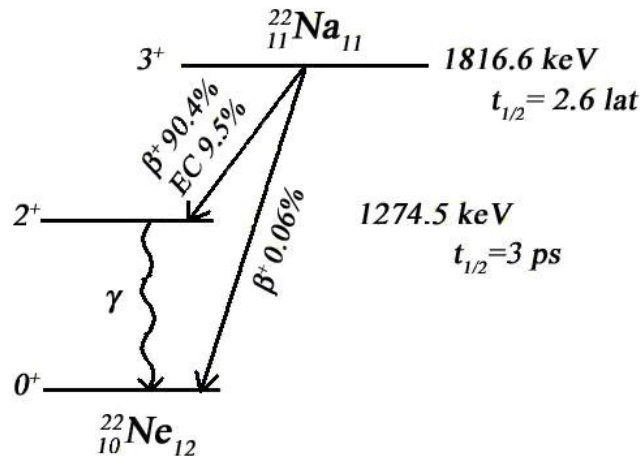
W większości tomografów instalowane są detektory BGO, które posiadają tę zaletę, że nie są higroskopijne. Do scyntylatorów docierają kwanty γ , które w wyniku oddziaływania z materiałem scyntylatora przekazują elektronom różną część swojej energii, następnie elektrony te wywołują luminescencje. Dla kwantów γ o energii 0,511 MeV istotne są dwa procesy: fotoelektryczny oraz efekt Comptona. Efekt fotoelektryczny polega na przekazaniu elektronowi związanemu w atomie całej energii padającego kwantu. Wiązanie elektronu z atomem zostaje wtedy zerwane, a sam elektron zostaje wyrzucony poza obręb atomu z energią kinetyczną równą energii kwantu pomniejszoną o energię wiązania elektronu. Elektron wybity z atomu w procesie fotoelektrycznym traci swą energię na jonizację ośrodka i wzbudza elektrony, z którymi oddziałuje na swoje drodze. Kolejny proces który jest związany z oddziaływaniem kwantów γ z materią i istotny dla naszych rozważań to efekt Comptona. Polega on na rozpraszaniu kwantów γ na elektronach, w których kwant γ zmienia swój kierunek i energię. Rozpraszanie comptonowskie odgrywa w szczególności ważną rolę w obrazowaniu np. w medycynie nuklearnej gdyż osłabia ono jakość otrzymywanych obrazów. Proporcja udziałów procesu fotoelektrycznego i comptonowskiego zależy silnie od liczby masowej materiału i energii użytego promieniowania.

Cząstka gamma przechodząc przez scyntylator wybija elektrony, które powodują jonizację napotkanych na swej drodze atomów oraz ich wzbudzenie. Atomy przechodząc do stanu podstawowego emitują kwanty światła. Światło ze scyntylatora jest odbierane przez fotopowielacz, który zamienia impuls świetlny na impuls elektryczny. Największą trudność sprawia nam wielkość fotopowielaczy, ponieważ nie można skonstruować ich odpowiednio małych. Ale tę trudność udało się przezwyciężyć w znacznym stopniu wprowadzając detektory blokowe. Obecnie stosowane bloki scyntylacyjne składają się z kilkudziesięciu wąskich scyntylatorów, z których impulsy światła zbierane są przez kilka fotopowielaczy umieszczonych z tyłu bloku. Identyfikację scyntylatora, który rejestrował foton, można przeprowadzić analizując ilości światła dochodzące do poszczególnych fotopowielaczy [1].

2. Widmo energetyczne

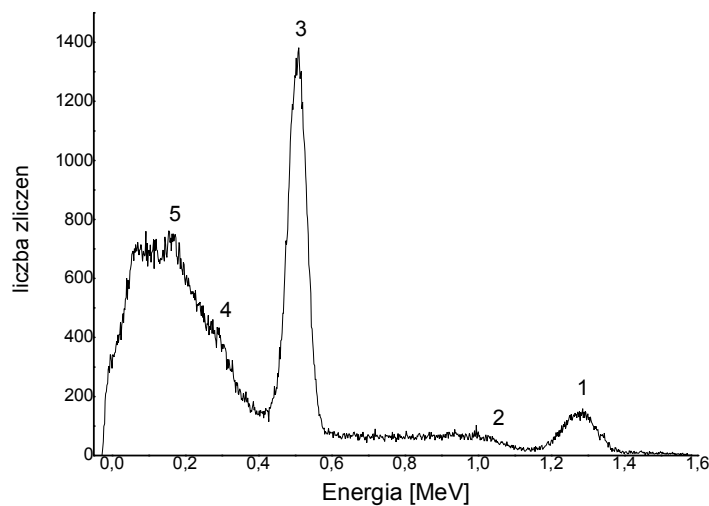
W naszym eksperymencie źródłem pozytonów będzie izotop ^{22}Na a jako detektory używać będziemy scyntylatory z kryształem jodku sodu aktywowanego talem NaJ(Tl). Jednym z powodów takiego wyboru jest fakt, że zastosowane źródło ^{22}Na i detektory z kryształem NaJ(Tl) są dostępne na II pracowni fizycznej Instytutu Fizyki Uniwersytetu

Jagiellońskiego. Rozpad promieniotwórczy β^+ jądra ^{22}Na został zaprezentowany na rysunku nr 7. Najczęściej produktem tego rozpadu jest kwant γ o energii 1.28 MeV oraz neutrino i pozyton e^+ , który w wyniku anihilacji z elektronem emituje dwa kwanty γ o energii 0.511 MeV. Drugi proces, którego produktem jest e^+ , ν_e oraz jądro ^{22}Ne w stanie podstawowym jest realizowany z bardzo małym prawdopodobieństwem równym 0,06%



Rys. 7. Schemat rozpadu izotopu ^{22}Na [13, 14, 15].

Dla przykładu na wykresach przedstawiam widma energetyczne ^{22}Na otrzymane detektorem scyntylacyjnym z kryształem NaJ(Tl) (rysunek 8) oraz detektorem półprzewodnikowym (rysunek 9).



Rys. 8. Widmo otrzymane detektorem scyntylacyjnym:

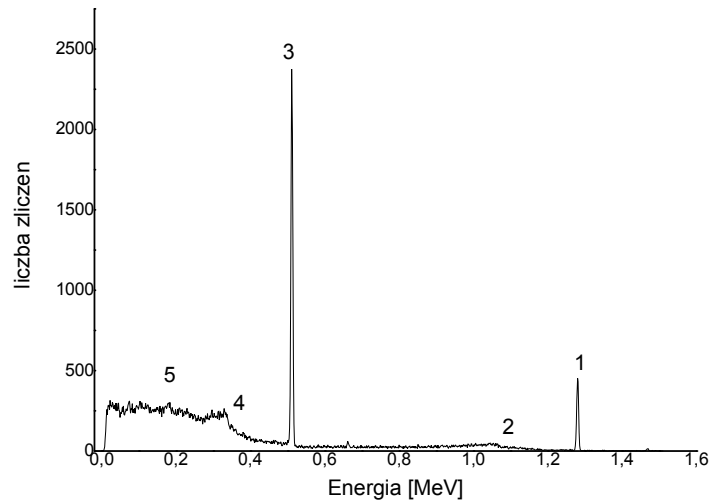
- 1 – maksimum pełnego pochłaniania dla energii $E_\gamma = 1,28$ MeV,
- 2 – krawędź Comptonowska odpowiada energii $E_C = 1,067$ MeV,

3 – maksimum pełnego pochłaniania kwantów anihilacyjnych o energii

$$E_{\gamma} = 0,511 \text{ MeV}$$

4 – krawędź comptonowska odpowiada energii $E_C = 0,341 \text{ MeV}$,

5 – maksimum promieniowania wstecznego



Rys. 9. Widmo otrzymane detektorem półprzewodnikowym. Oznaczenia takie same jak na rysunku 8.

W tabeli 7 umieściłam parametry charakterystyczne dla kryształu NaJ(Tl) i Ge.

Tab. 7. Właściwości detektorów [3, 7, 16]

	NaJ(Tl)		Ge
Gęstość [g/cm ³]	3,67	Gęstość [g/cm ³]	5,32
Z efektywne	50,6	Z efektywne	32
Czas zaniku [ns]	230	Przerwa energetyczna [eV]	0,74
Emisja światła	100	Średnia energia generacji pary e-d [eV]	2,98
Śr. droga swobodna [cm]	2,88	Ruchliwość [cm ² /(V·s)]	
Współ. załamania	1,85	elektronów	36000
Higroskopijność	TAK	dziur	42000
$\Delta E/E$ [%]	6,6		

Z porównania widm na rysunkach 8 i 9 widać, że energetyczna zdolność rozdzielcza detektora germanowego jest znacznie lepsza niż detektora scyntylacyjnego z kryształem NaJ(Tl).

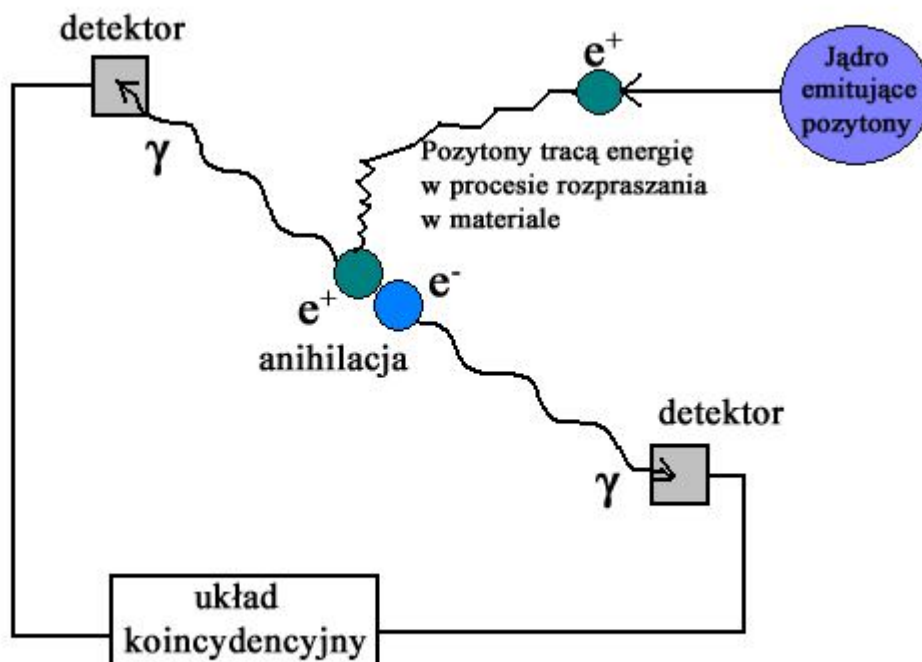
Natomiast wydajność liczników germanowych Ge jest mniejsza od wydajności liczników scyntylacyjnych z kryształem NaJ(Tl), w którym efekty oddziaływań kwantów gamma z atomami jodu są większe niż z atomami germanu ($Z_j = 53$, $Z_{Ge} = 32$).

Wadą detektorów germanowych jest konieczność pracy tych detektorów w temperaturze ciekłego azotu.

3. Metody koincydencji

Podczas przemiany β^+ z jądra izotopu znakującego farmaceutyk emitowany jest pozyton i neutrino elektronowe. Neutrino przechodzi przez ciało pacjenta bez oddziaływania. Pozyton natomiast w tkance pacjenta przebywa drogę ok. 2 mm do miejsca anihilacji z elektronem ośrodka. W wyniku anihilacji powstają dwa fotony rozchodzące się pod kątem bliskim 180° , z których każdy unosi energię równą 511 keV. Gdy dwa fotony anihilacyjne zostają zarejestrowane w koincydencji, miejsce anihilacji zostaje zlokalizowane jako punkt leżący na linii koincydencyjnej zwanej linią zdarzenia (linią odpowiedzi, LOR (line of response)).

Na rysunku 10 został przedstawiony schemat rozpadu β^+ , anihilacja elektronu i pozytonu oraz sposób detekcji kwantów anihilacyjnych przez przeciwległe detektory.



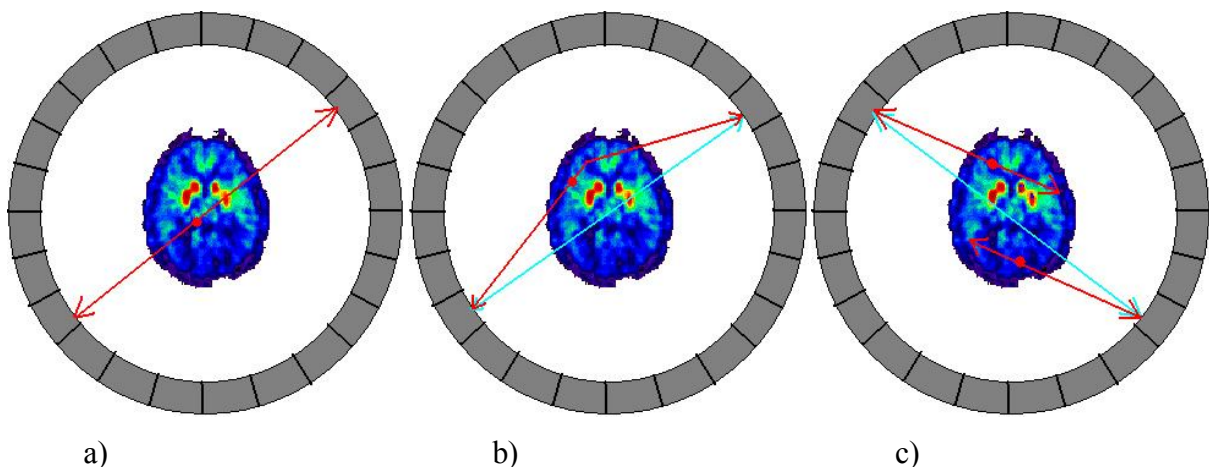
Rys. 10. Schemat anihilacji pozytonu i elektronem oraz proces detekcji kwantów γ .

Rejestracja koincydencji w pozytonowej tomografii emisyjnej stanowi jedno z podstawowych zadań w tej technice. Ze względu na to, że w obiekcie występuje wiele anihilacji oraz zachodzi zjawisko rozpraszania promieniowania gamma, dlatego rejestrowane

koincydencje nie pochodzą tylko od fotonów poruszających się po linii LOR względem źródła.

Dlatego wyróżniamy następujące rodzaje koincydencji:

- koincydencja rzeczywista - występująca wtedy gdy niezaburzone fotony pochodzące ze źródła są rejestrowane w danym wąskim przedziale czasowym przez detektory (rysunek 11a).
- koincydencja rozproszenia - występuje wtedy gdy fotony ulegają częściowemu rozproszeniu powodującemu zmianę ich kierunku, a przez to ich rejestrację w danym wąskim przedziale czasowym przez detektory inne niż te wyznaczające dla danego źródła linię LOR (rysunek 11b).
- koincydencje przypadkowe - występują wtedy gdy fotony pochodzące od różnych źródeł (anihilacji) są rejestrowane w danym wąskim przedziale czasowym przez detektory zlokalizowane w pierścieniu naprzeciw siebie (rysunek 11c).
- koincydencje wielokrotne - występują wtedy, gdy więcej niż dwa fotony są rejestrowane przez odpowiednie detektory w danym wąskim przedziale czasowym. Ponieważ nie można wówczas określić przebiegu linii LOR dlatego zdarzenia takie są odrzucane.



Rys. 11. Rodzaje koincydencji

- koincydencja rzeczywista
- koincydencja rozproszenia
- koincydencja przypadkowa

Koincydencje rozproszenia powodują niedokładność w określeniu położenia źródeł co powoduje zmniejszenie kontrastu obrazu. Koincydencje przypadkowe również pogarszają jakość obrazu.

W doświadczeniu będziemy używać dwóch detektorów scyntylicyjnych, które będą przesuwane względem źródła. Dla każdego nowego położenia detektorów będziemy mierzyć liczbę koincydencji. Pomiar koincydencji polega na stwierdzeniu korelacji czasowych pomiędzy ciągami impulsów pochodzących z dwóch układów detekcyjnych, czyli na ustalenia jednoczesności impulsów. Impulsy z analizatora jednokanałowego mają skończony czas trwania oraz posiadają kształt prostokątny o długości τ_1 i τ_2 . Koincydencja może wystąpić tylko wtedy, gdy impulsy te pokrywają się ze sobą. Czasem rozdzielczym układu koincydencyjnego nazywamy maksymalną wartość przedziału czasu między początkami dwu impulsów, które są ze sobą w koincydencji. Czas rozdzielczy jest równy długości dłuższego z dwu impulsów:

$$\tau = \max(\tau_1, \tau_2)$$

Oprócz koincydencji rzeczywistych, odpowiadających impulsom rzeczywiście ze sobą związanym, występują jeszcze koincydencje przypadkowe impulsów nie powiązanych, a tylko przypadkowo pojawiających się w granicy czasu rozdzielczego. Koincydencje przypadkowe stanowią niepożądane tło dla koincydencji rzeczywistych, dlatego należy dążyć do ograniczenia ich liczby lub dokładnego ich wyznaczenia.

Aby wyliczyć liczbę koincydencji przypadkowych zakładamy, że mamy dwa impulsy prostokątne o czasach trwania τ_1 i τ_2 , rozłożone statystycznie zgodnie z statystyką Poissona o średnich częstościach występowania n_1 i n_2 . Jako n oznaczamy liczbę rzeczywistych koincydencji na jednostkę czasu. Liczby $(n_1 - n)$ i $(n_2 - n)$ oznaczają liczby impulsów z odjęciem liczby rzeczywistych koincydencji w obydwu kanałach. Czas dla pierwszego kanału $(n_1 - n)\tau_1$ i drugiego kanału $(n_2 - n)\tau_2$ to czas w ciągu, którego mogą wystąpić koincydencje przypadkowe. Liczbę koincydencji przypadkowych obliczamy, mnożąc te czasy przez liczbę impulsów w drugim kanale [17]:

$$n_{\text{przyp}} = (n_1 - n)\tau_1(n_2 - n) + (n_2 - n)\tau_2(n_1 - n) = (n_1 - n)(n_2 - n)(\tau_1 + \tau_2)$$

Ponieważ częstości zliczeń w obu kanałach są znacznie większe od częstości koincydencji ($n_1 \gg n$ i $n_2 \gg n$), więc możemy napisać:

$$n_{\text{przyp}} = n_1 n_2 (\tau_1 + \tau_2)$$

Jeżeli w obydwu kanałach długości impulsów są równe, to liczba przypadkowych koincydencji wynosi:

$$n_{\text{przyp}} = 2n_1n_2\tau.$$

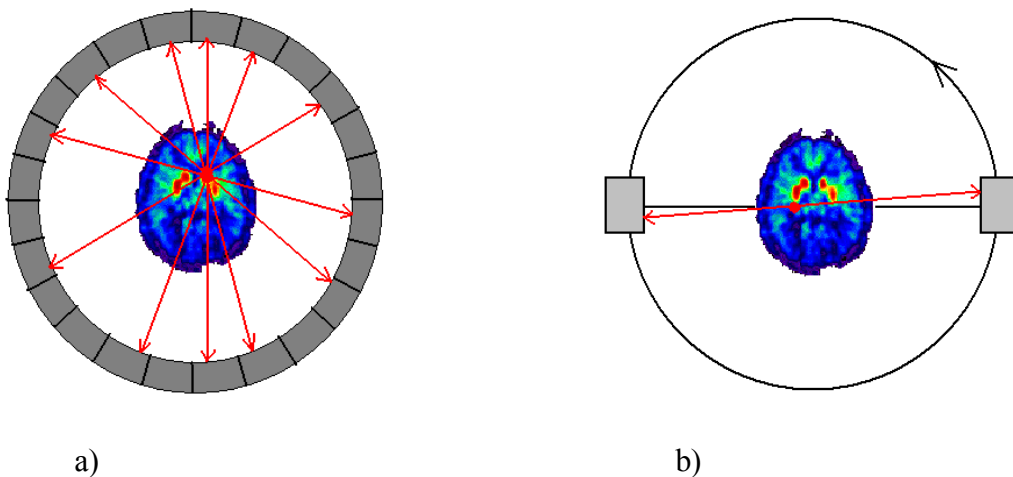
Z powyższego wzoru wynika, że liczbę koincydencji przypadkowych możemy zredukować zmniejszając czas trwania impulsów. Nie możemy jednak skrócić tego czasu za dużo, ponieważ wpłynie nam to na liczbę rejestrowanych koincydencji rzeczywistych. Impulsy w obu kanałach posiadają pewien rozrzut czasowy związany między innymi z właściwościami detektorów oraz z geometrycznymi stosunkami układu rejestrującego. Przy zbyt małej czasowej zdolności rozdzielczej aparatury koincydencyjnej impulsy odpowiadające koincydencjom rzeczywistym mogłyby się nie pokrywać.

Pomiar liczby przypadkowych koincydencji możemy wykonać, wprowadzając w jeden z kanałów opóźnienie znacznie przekraczające czas rozdzielczy układu. Spowoduje to eliminację rzeczywistych koincydencji, podczas gdy liczba koincydencji przypadkowych pozostanie niezmienną.

IV. Liniowy model pozytonowego tomografu emisyjnego

A. Zasada działania modelu

Pozytonowy tomograf emisyjny zbudowany jest z wielu detektorów scyntylacyjnych tworzących kilka pierścieni otaczające badany fragment organizmu. Aby wyznaczyć rozkład stężenia znakowanej substancji, korzystamy ze zjawiska anihilacji pozytonów powstających z rozpadu β^+ izotopu wprowadzonego do ciała pacjenta. Ponieważ kwanty gamma z anihilacji pozytonu i elektronu dla dominującego procesu biegną na przeciw siebie to identyfikacja par kwantów anihilacyjnych polega na rejestracji impulsów powstałych w detektorach znajdujących się po przeciwnych stronach badanego obiektu. Po zarejestrowaniu dużej liczby anihilacji, korzystając z przecięcia linii LOR (rysunek 12a) możemy wyznaczyć rozkład gęstości jąder atomowych, w których nastąpiły anihilacje stosując odpowiednie techniki rekonstrukcji [1, 12].



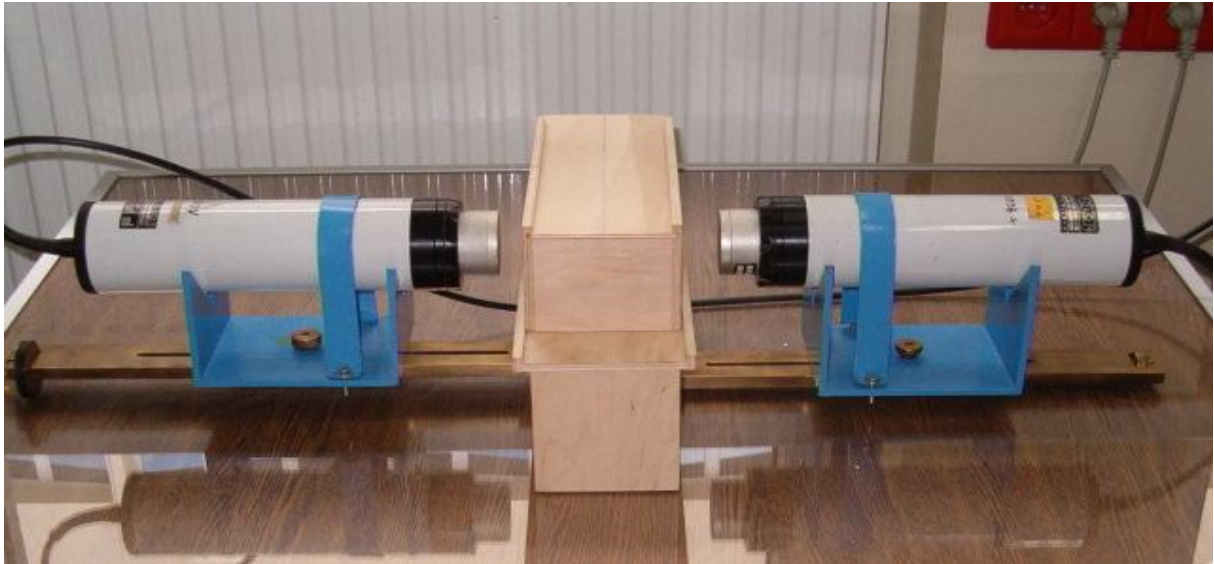
Rys. 12. Schemat jednego pierścienia pozytonowego tomografu emisyjnego

- Przykładowe trajektorie kwantów anihilacyjnych
- model liniowy

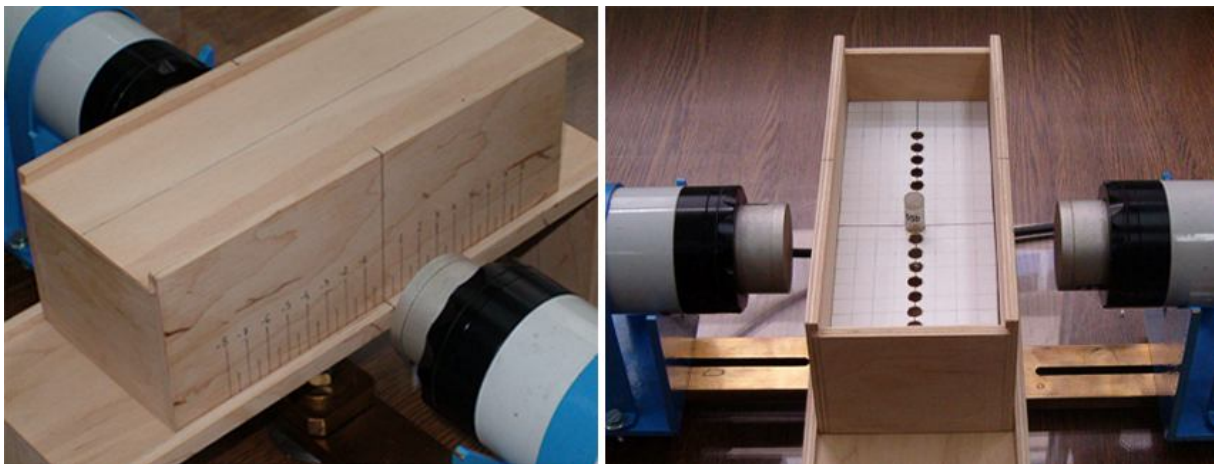
W przypadku dużych stężeń równoważny wynik otrzymalibyśmy także dokonując pomiaru jedną parą detektorów, obracając ją wokół badanego obiektu. Detektory te umieszczone są naprzeciwko siebie i przesuwamy je po kole (rysunek 12b). Obracając

detektorami moglibyśmy wykonać pomiar koincydencji dla położenia odpowiadających położeniu detektorów z jednego pierścienia.

W ćwiczeniu, które będziemy wykonywać na pracowni jądrowej do wyznaczenia rozkładu gęstości izotopu promieniotwórczego ^{22}Na , posłużymy się właśnie jedną parą detektorów scyntylacyjnych, które będą na stałe umieszczone w jednej pozycji tak jak na rysunku 13.



Rys. 13. Zdjęcie modelu liniowego



Rys. 14. Pudełko w którym znajduje się źródło ^{22}Na .

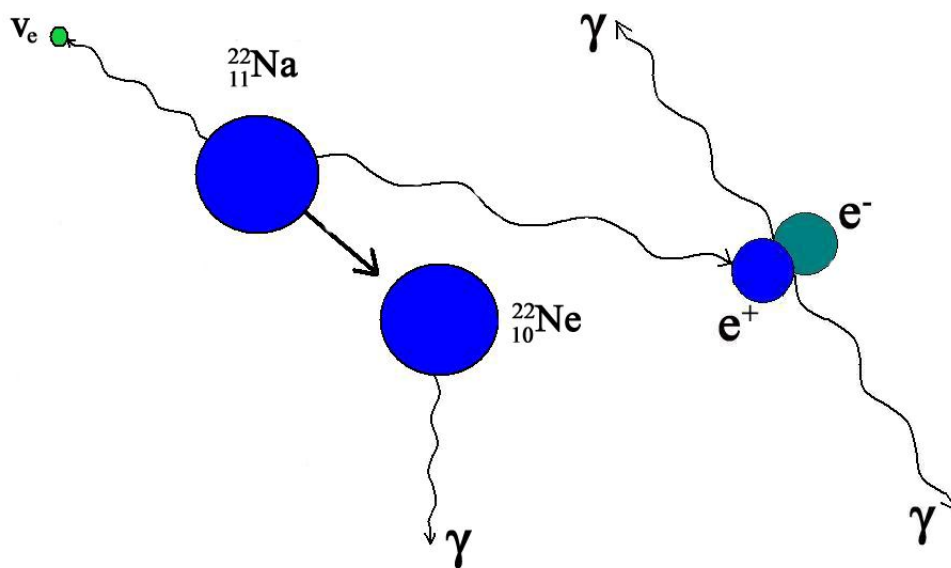
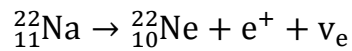
Źródło ^{22}Na zostanie umieszczone w pudełku, które jest tak skonstruowane że można zmieniać jego położenie względem detektorów (rysunek 14). Dla każdego położenia pudełka rejestrujemy pary kwantów gamma w koincydencji. Posiadając liczbę zarejestrowanych par

kwantów anihilacyjnych w funkcji położenia względem detektorów otrzymamy rozkład gęstości źródła.

B. Ilościowy opis rozpadu β^+ i symulacji

1. Źródło promieniotwórcze

W naszym eksperymencie emiterym pozytonów, będzie izotop promieniotwórczy $^{22}_{11}\text{Na}$, którego rozpad możemy schematycznie przedstawić następująco:



Rys. 15. Rozpad promieniotwórczy β^+ jądra $^{22}_{11}\text{Na}$.

Schemat rozpadu sodu został przedstawiony w rozdziale III na rysunku 7. Właściwości sodu promieniotwórczego „ ^{22}Na ” istotne dla badań opisanych w tej pracy są podane w tabeli 8.

Tab. 8. Właściwości sodu [18]:

Czas połowicznego rozpadu $t_{1/2}$ [lat]	2,62
Maksymalna energia pozytonu E_{\max} [MeV]	0,545
Energia rozpadu [MeV]	2,84
Wydajność rozpadu β^+ [%]	90,6
Produkt rozpadu	${}^{22}_{10}\text{Ne}$

Izotop ten można otrzymać z następującej reakcji jądrowej: ${}^{24}\text{Mg}(d,\alpha){}^{22}\text{Na}$.

Dla poprawnego opisanie kształtu widma emitowanych elektronów należy uwzględnić wpływ wywierany na nie przez pole elektrostatyczne jądra, które działa w inny sposób na elektrony i pozytony, odpowiednio do ich przeciwnych ładunków. Pozyton doznaje przyspieszenia przez odpychające działanie jądra, co powoduje przesunięcie maksimum w widmie w stronę wyższych energii. Ilościowo, wpływ pola elektrostatycznego jądra uwzględnia czynnik $F(E_e, Z)$, który jest zależny od ładunku jądra Z oraz od energii elektronu. Można go wyrazić następującym wzorem [19]:

$$F(E_e, Z) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}},$$

gdzie

$$\eta = \pm \frac{Ze^2}{\hbar v}.$$

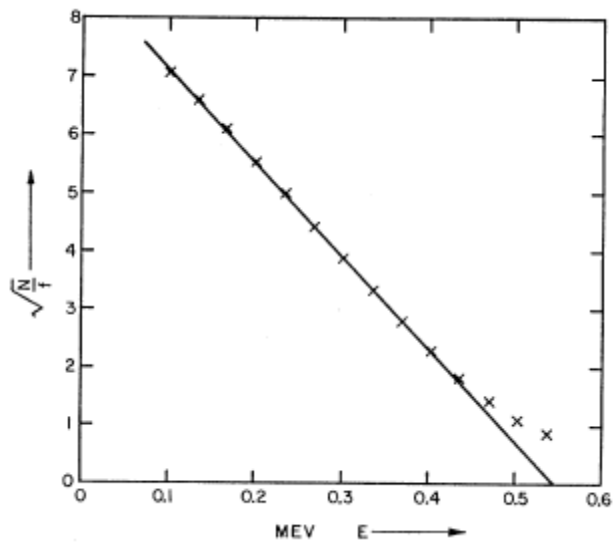
Z jest liczbą atomową jądra końcowego, v oznacza prędkość elektronu w dużej odległości od jądra, znak „+” odnosi się do rozpadu β^- , a znak „-” do rozpadu β^+ .

Aby opisać widmo emitowanych pozytonów w rozpadzie β^+ jądra ${}^{22}\text{Na}$ wykorzystałam wykres Kurie, który opisuje zależność $\sqrt{N/F}$ w funkcji energii pozytonu [15]. Do punktów na wykresie Kurie można dopasować prostą. Punkt przecięcia tej prostej z osią x (na której odłożona jest energia pozytonu) mówi nam jaka jest maksymalna energia emitowanego pozytonu w rozpadzie β^+ źródła ${}^{22}\text{Na}$.

W przypadku źródła ${}^{22}\text{Na}$ prosta pokazana na rysunku 16 ma następującą postać [15]:

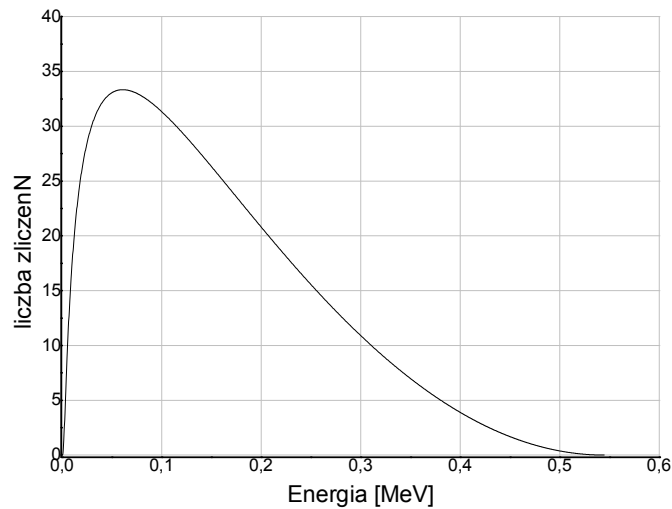
$$\sqrt{\frac{N}{F}} = -15,7 \cdot E + 8,6$$

Na rysunku 16 został przedstawiony wykres Kurie dla rozpadu β^+ jądra ^{22}Na .



Rys. 16. Wykres Kurie dla rozpadu β^+ jądra ^{22}Na [15].

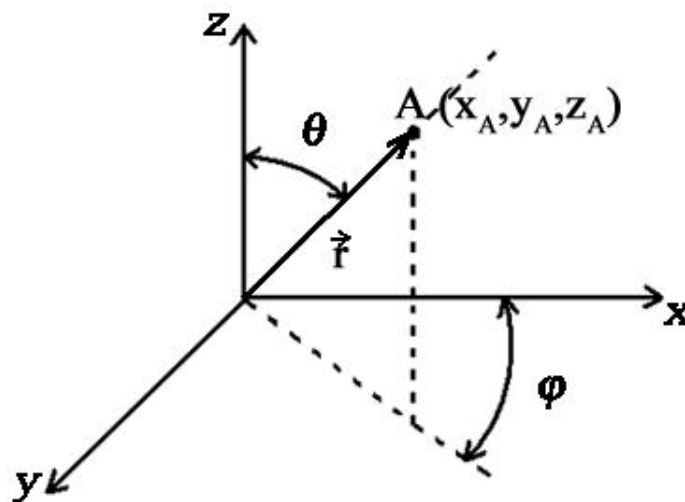
Korzystając z programu, który napisałam w języku programowania Fortran, wyliczam liczbę zliczeń N dla kolejnych energii pozytonu E , otrzymany wynik przedstawiam na rysunku 17.



Rys. 17. Widmo energetyczne pozytonów emitowanych w rozpadzie β^+ jądra ^{22}Na .

2. Opis symulacji procesów detekcji

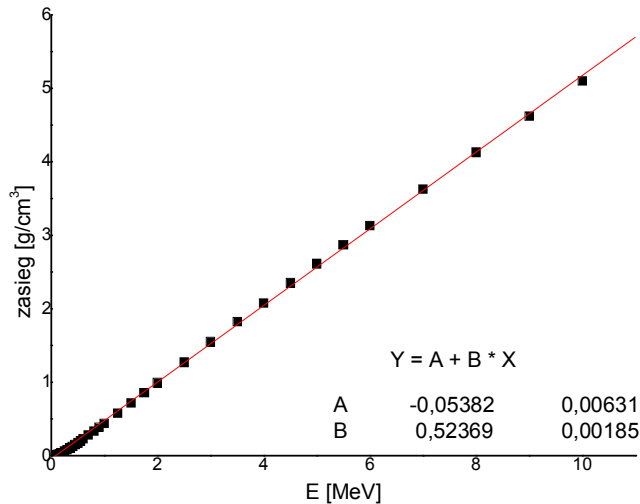
Celem prowadzonych symulacji jest odtworzenie rozkładu liczby koincydencji mierzonych w funkcji położenia źródła względem detektorów. W tym celu użyłam metody Monte-Carlo obliczając dla 100000 zdarzeń odpowiednio energię, kierunek lotu, zasięg pozytonów, kierunek kwantów gamma oraz prawdopodobieństwo ich zarejestrowania. W pierwszym kroku symulacji dla każdego rozpadu losuję energię pozytonu zgodnie z rozkładem przedstawionym na rysunku 17. Następnie losuję „wewnątrz” próbki sodu zgodnie z rozkładem jednorodnym współrzędne punktu, w którym następuje rozpad β^+ ^{22}Na , współrzędne te są ograniczone przez walec o promieniu 0.3 cm i wysokości 1 cm (takie wymiary posiada próbka). W kolejnym kroku wyznaczam kierunek lotu pozytonu. W tym celu losuję zgodnie z rozkładem jednorodnym kąt $\varphi \in (0^0, 360^0)$ oraz $\cos\theta \in (-1, 1)$ (patrz rysunek 18).



Rys. 18. Układ współrzędnych

Mając energię pozytonu musimy teraz określić jaki zasięg ma pozyton w sodzie, czyli jaką drogę przebędzie do momentu anihilacji z elektronem. Część pozytonów będzie anihilowała w sodzie a pozostała w obudowie próbki w której znajduje się sód „ ^{22}Na ”. Obudowa próbki wykonana jest z plastiku (polietylen). Gęstość polietylenu w zależności od rodzaju polietylenu waha się w przedziale 0,915-0,97 g/cm³ [7]. Ponieważ gęstość sodu „ ^{22}Na ” (0,97 g/cm³) [7] jest porównywalna z gęstością wody (1 g/cm³ [20]), w dalszych obliczeniach będę używać znany zasięg pozytonów w wodzie. Jak wiemy pozyton o danej energii nie zawsze dociera na tą samą odległość, ale dla celów symulacji dokonując przybliżenia korzystać

będziemy z wyznaczonego eksperymentalnie średniego zasięgu pozytonów w funkcji energii. To przybliżenie nie wpłynie znacząco na wyniki symulacji ponieważ korzystamy z detektorów, które wprowadzają większą niepewność pomiarową. Odpowiednia zależność przedstawiona jest na rysunku 19 [20].



Rys. 19. Zasięg pozytonów w funkcji energii dla wody [20].

Znając zasięg pozytonu ($|r|$), punkt jego wytworzenia ($x_\beta, y_\beta, z_\beta$) oraz kierunek lotu (θ, φ), mogą obliczyć miejsce anihilacji pozytonu z elektronem A (x_A, y_A, z_A):

$$x = x_\beta + |r|\sin\theta\cos\varphi$$

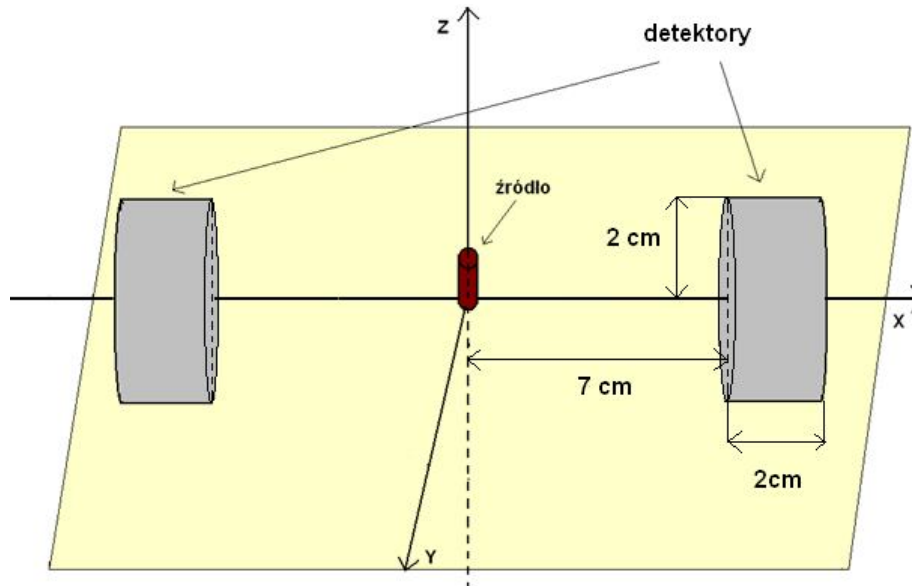
$$y = y_\beta + |r|\sin\theta\sin\varphi$$

$$z = z_\beta + |r|\cos\theta$$

Następnie znając współrzędne punktu anihilacji wyznaczam kierunek, w którym będą poruszały się kwanty γ . Aby to zrobić losuje dla jednego z kwantów zgodnie z rozkładem jednorodnym kąt $\varphi_\gamma \in (0^0, 360^0)$ oraz jednorodnie $\cos\theta_\gamma \in (-1, 1)$. Gdy wiem w którą stronę porusza się jeden z kwantów γ , przyjmuję że drugi w układzie środka masy e^+e^- będzie się poruszał w przeciwną stronę zgodnie z zasadą zachowania pędu. W praktyce w symulacji ze względu na to że przekrój czynny na anihilację pary e^+e^- na dwa kwanty γ gwałtownie rośnie dla bardzo małych prędkości pozytonu przyjmowaliśmy w przybliżeniu że anihilacja następowała w spoczynku.

Kolejnym etapem programu jest sprawdzenie czy kwanty gamma z jednej anihilacji trafiają do obu detektorów. Detektory scyntylacyjne, których używam mają kształt walca i są ustawione naprzeciwko siebie w odległości 14 cm. Źródło umieszczone jest pomiędzy

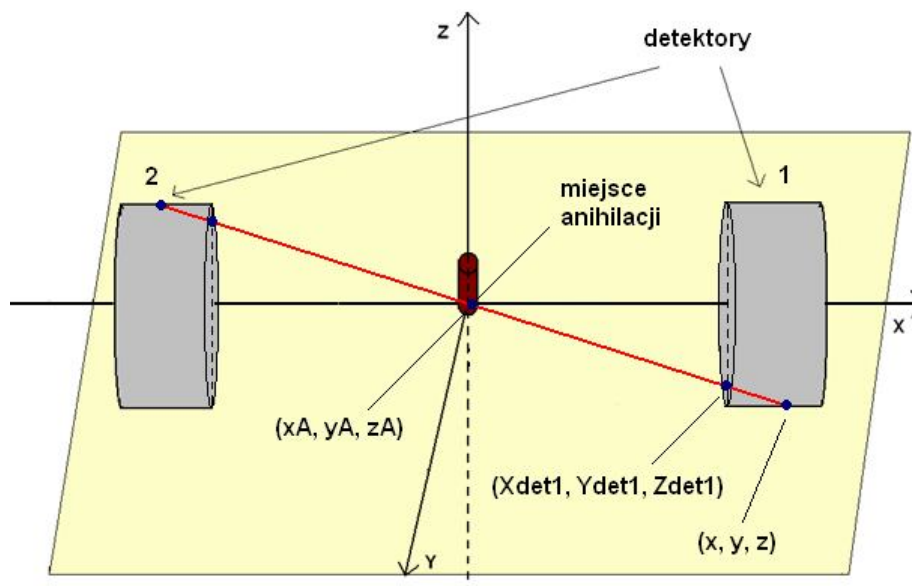
detektorami. Promień kryształu NaJ(Tl) wynosi 2 cm, a długość kryształu 2 cm. Źródło promieniotwórcze ^{22}Na jest walcem o promieniu 0,3 cm i wysokości 1 cm (rysunek 20).



Rys. 20. Schemat układu detekcyjnego.

Stwierdzenie, że nastąpiła anihilacja pozytonu z elektronem jest fakt zarejestrowania w koincydencji kwantów γ w dwóch detektorach leżących naprzeciwko. Prawdopodobieństwo zarejestrowania kwantu γ zależy od tego jaką drogę może pokonać w detektorze czyli od tego pod jakim pada kątem. Aby wyznaczyć drogę jaką przebyły kwant γ w detektorze gdyby nie zareagował, obliczam współrzędne punktów przecięcia linii po której porusza się kwant γ z powierzchnią detektora.

Aby opisać prosta w przestrzeni przedstawiam jeszcze raz schemat układu



Rys. 21. Schemat układu przedstawiający drogę jaką przebyły kwanty γ w detektorach.

Prostą parametryzuję następującym równaniem:

$$x = x_A + (X_{det1} - x_A) \cdot t$$

$$y = y_A + (Y_{det1} - y_A) \cdot t$$

$$z = z_A + (Z_{det1} - z_A) \cdot t$$

(x_A, y_A, z_A) – współrzędne punktu anihilacji

$(X_{det1}, Y_{det1}, Z_{det1})$ – współrzędne punktu trafienia kwantu gamma w detektor nr 1

(x, y, z) – współrzędne punktu przecięcia prostej z walcem

t – parametr

Aby opisać punkt przecięcia prostej, która obrazuje nam trajektorie lotu kwantów γ z detektorem wystarczy obliczyć równanie kwadratowe i wyznaczyć wartości parametru t w punktach przecięcia się linii z powierzchnią detektora spełniającej równania

$$y^2 + z^2 = R_{det}^2 \quad \text{dla } 7 \leq x \leq 9$$

oraz

$$y^2 + z^2 \leq R_{det}^2 \quad \text{dla } x = 7 \text{ lub } x = 9.$$

Znając wartość parametrów t_1 i t_2 obliczam współrzędne przecięcia prostej z detektorami (x, y, z) . Gdy t_1 lub t_2 ma wartość ujemną oznacza to, że prosta przecina się z detektorem nr 2 (który umieszczony jest po stronie ujemnej osi x), natomiast gdy są one dodatnie to prosta przecina się z detektorem nr 1 położonym po stronie dodatniej osi x .

Do obliczenia drogi jaką przebyłyby kwant γ w detektorze gdyby nie zareagował stosuje następujący wzór:

$$\text{droga} = \sqrt{(x - X_{det1})^2 + (y - Y_{det1})^2 + (z - Z_{det1})^2}$$

W analogiczny sposób obliczam drogę w detektorze nr 2.

Znając jaką drogę przebyłyby kwant gamma w detektorze, obliczam prawdopodobieństwo zareagowania tego kwantu z materiałem detektora zgodnie ze wzorem:

$$P1 = 1 - \exp(-(droga/x_0))$$

Gdzie x_0 oznacza współczynnik osłabienia w materiale detektora (NaJ), który dla energii 0.5 MeV wynosi 2.967 cm [21, 22]. $P1$ jest prawdopodobieństwem zareagowania kwantu γ w detektorze nr 1. W taki sam sposób obliczam prawdopodobieństwo $P2$ zareagowania kwantu γ w detektorze nr 2. Mnożąc prawdopodobieństwa dla dwóch kwantów z anihilacji ($P1$ i $P2$) otrzymuje prawdopodobieństwo jednoczesnego zarejestrowania obu kwantów. Następnie losuje zgodnie z rozkładem jednorodnym liczbę rzeczywistą w przedziale od 0 do 1 i jeżeli otrzymana liczba jest mniejsza od prawdopodobieństwa jednoczesnego

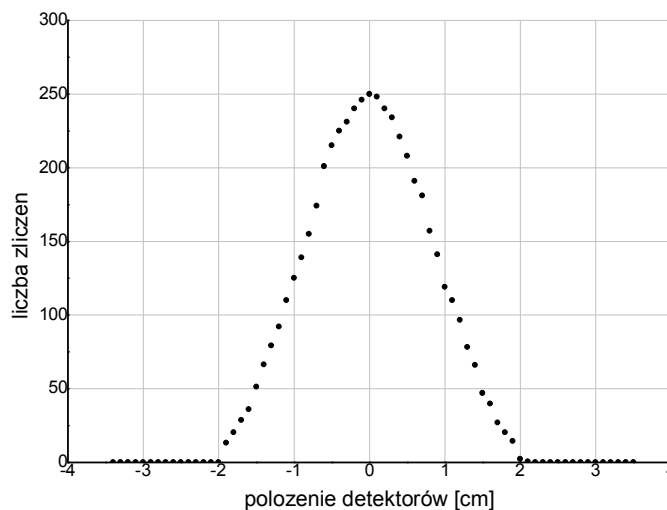
zarejestrowania dwóch kwantów γ akceptuje to zdarzenie uznając, że byłoby ono zarejestrowane.

Cały cykl opisany powyżej jest powtarzany dla 100000 zdarzeń oraz różnego położenia detektorów, które są przesuwane względem osi y .

C. Wyniki symulacji

1. Zależność liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów

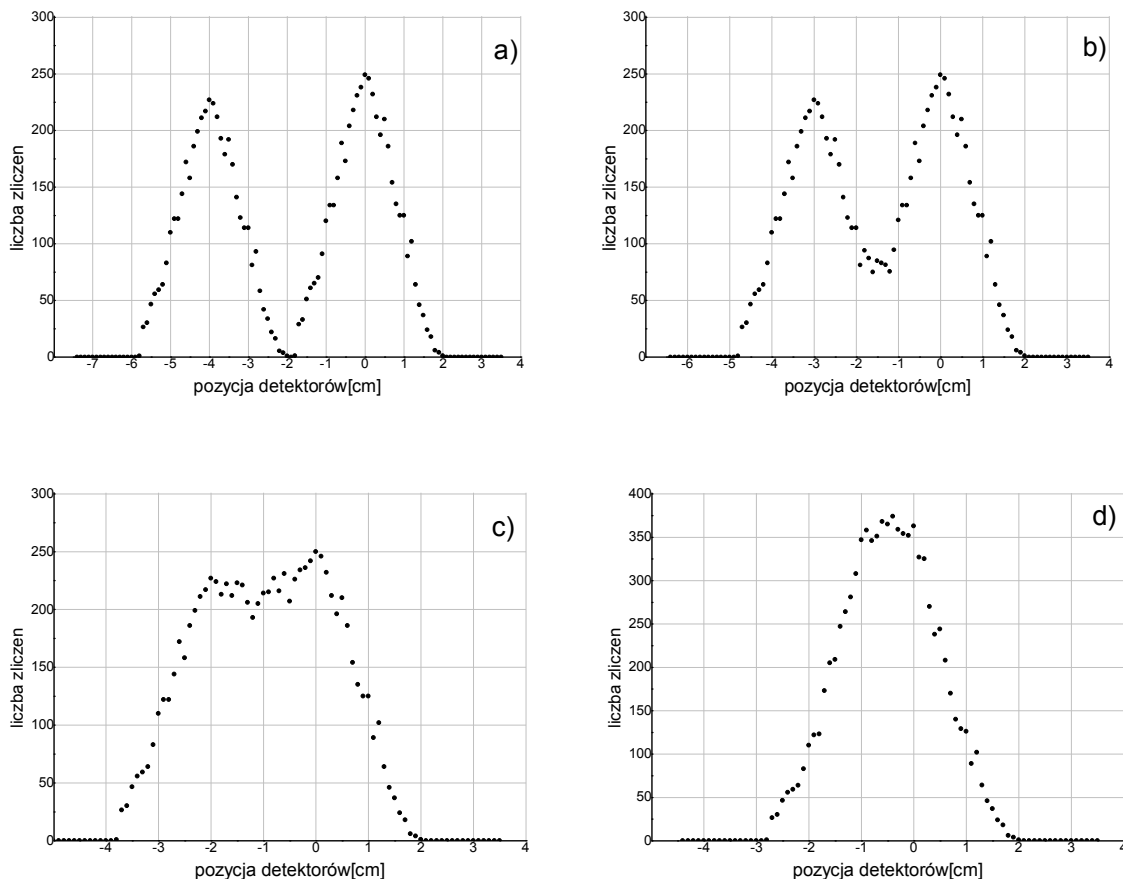
Na rysunkach poniżej zostały przedstawione wyniki symulacji dla jednego (rysunek 22) oraz dwóch źródeł umieszczonych w różnej odległości od siebie (rysunki 23a-d). Rysunek 22 przedstawia symulację rozkładu gęstości źródła sodu, źródło to było umieszczone w pozycji 0 na osi y . Widzimy, że gdy źródło znajduje się pośrodku detektorów, liczba zarejestrowanych kwantów gamma w koincydencji jest największa. Natomiast gdy przesuwam detektory, liczba koincydencji stopniowo maleje. Wartość zerową otrzymam w momencie gdy przesunę detektory w takie miejsce, w którym źródło będzie poza ich „polem widzenia”. Symulacja ta uwzględnia tylko koincydencje rzeczywiste.



Rys. 22. Symulacja zależności liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla jednego źródła.

Rysunki 23a-d przedstawiają symulacje z dwoma źródłami. Gdy źródła są od siebie daleko odsunięte tak jak na rysunku 23a i 23b widzimy wyraźnie dwa maksima.

Natomiast już przy odległość 2 cm między źródłami (rysunek 23c) maksima zaczynają się zlewać. Całkowite nałożenie się sygnałów obserwujemy dla odległości 1cm między źródłami (rysunek 23d), ale jesteśmy w stanie powiedzieć że ten pik nie pochodzi od jednego źródła, ponieważ jego szerokość jest znacznie większa od szerokości dla pojedynczego źródła. Różnica między wysokością maksimów wynika z tego, że liczba anihilacji źródeł w programie została odpowiednio przeskalowana, tak aby uwzględnić aktywność próbek używanych w eksperymencie.



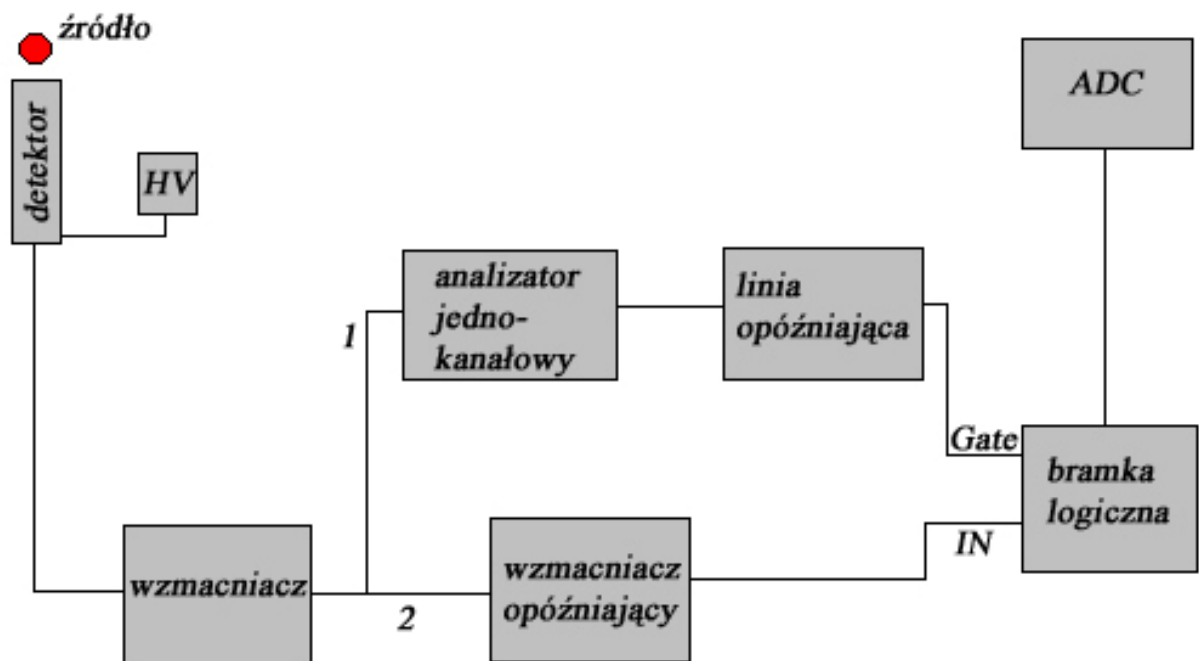
Rys. 23. Symulacje zależności liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla dwóch źródeł:

- źródła umieszczone w odległości 4 cm od siebie.
- źródła umieszczone w odległości 3 cm od siebie.
- źródła umieszczone w odległości 2 cm od siebie.
- źródła umieszczone w odległości 1 cm od siebie.

D. Pomiary

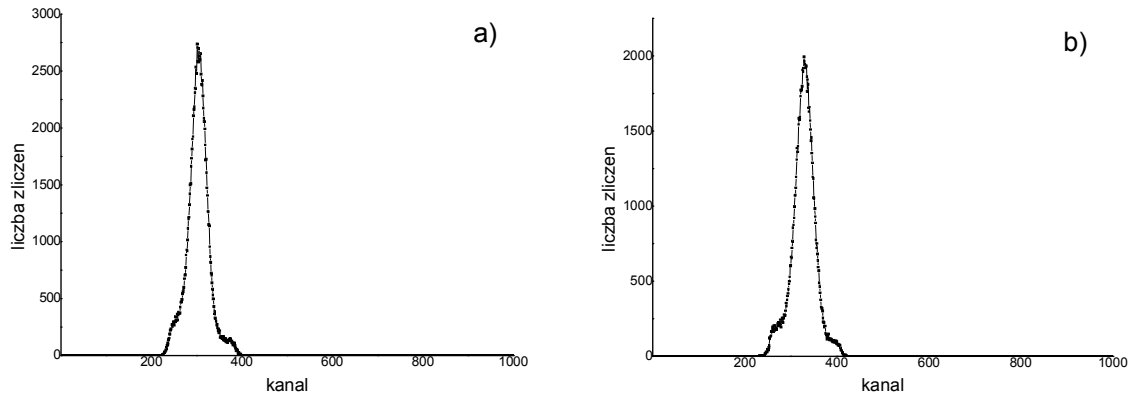
1. Analiza sygnałów

Przed pomiarem koincydencji muszę odpowiednio przygotować detektory scyntylicyjne, aby zliczały prawidłowe koincydencje. Dla każdego z detektorów przeprowadzam analizę sygnałów, używam do tego schematu przedstawionego na rysunku 24.



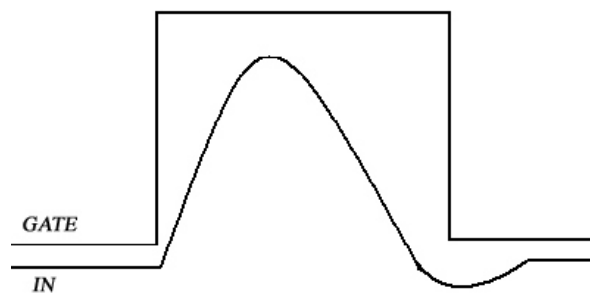
Rys. 24. Schemat układu do ustawienia progów w analizatorze jednokanałowym.

Sygnał wyjściowy ze wzmacniacza jest rozdzielany na dwa tory za pomocą trójnika. W torze nr 1 sygnał jest poddawany analizie w analizatorze jednokanałowym (wybór zakresu amplitudy) i kształtowany w linii opóźniającej (regulacja szerokości i opóźnienie). W analizatorach jednokanałowych, podłączonych do lewego i prawego detektora, wybierane są tylko maksima pełnego pochłaniania kwantów anihilacyjnych. Widma sygnałów, których amplitudy były większe od dolnego a mniejsze od górnego progu analizatora zostały przedstawione na rysunkach 25a-b.



Rys. 25. Maksima pełnego pochłaniania kwantów anihilacyjnych pozytonów z rozpadu β^+ , zebrane w koincydencji z sygnałem z analizatora jednokanałowego:
 a) dla detektora prawego,
 b) dla detektora lewego.

Sygnał z toru nr 1 podawany jest na wejście bramkujące bramki logicznej (GATE), niesie on informacje o wystąpieniu impulsu o amplitudzie z żadanego zakresu. Na wejście sygnałowe (IN) podawany jest sygnał z toru nr 2, którego dopasowanie czasowe z impulsem bramki realizowane jest przez wzmacniacz opóźniający. Musze tak ustawić opóźnienie aby sygnały ze wzmacniacza opóźniającego wchodziły w bramkę wychodzącą z linii opóźniającej (rysunek 26).

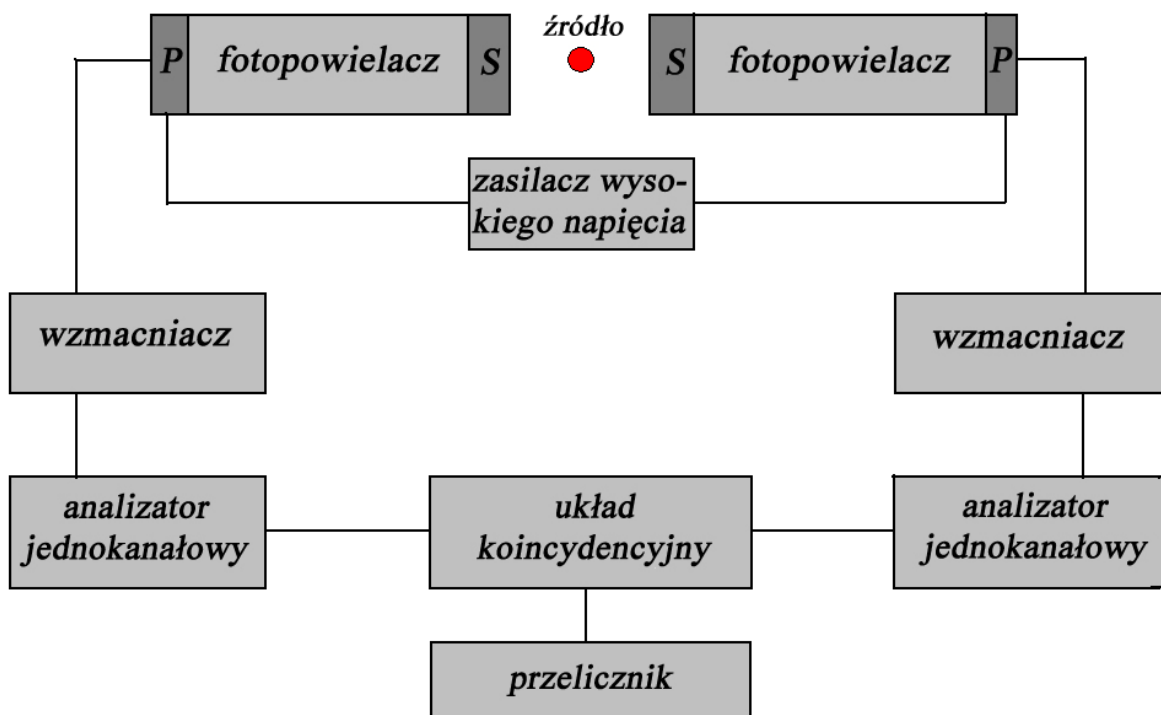


Rys. 26. Wejście sygnałowe i bramkujące bramki logicznej.

Sygnał wyjściowy z bramki logicznej podawany jest na przetwornik analogowo cyfrowy ADC, a następnie odczytywany jest za pomocą programu komputerowego obrazującego widma.

2. Schemat budowy aparatury

Kwanty anihilacyjne rejestrowane są przy pomocy dwóch detektorów scyntylacyjnych z kryształami NaJ(Tl), które są wyposażone w fotopowielacze i dzielniki napięcia (P). Napięcie o wartości +900 V podawane jest z zasilacza wysokiego napięcia. Za pomocą wzmacniaczy, analizatorów jednokanałowych i układu koincydencyjnego oraz przelicznika zliczana jest liczba koincydencji. Schemat aparatury pokazany jest na rysunku 27.



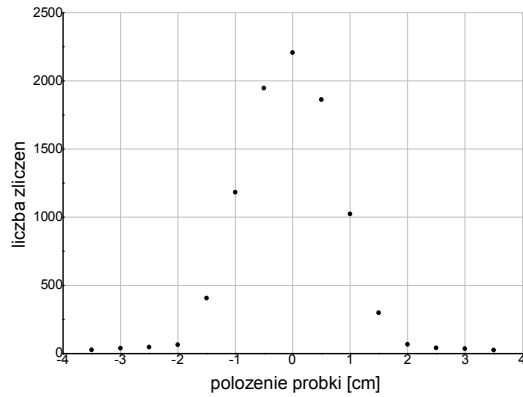
S – kryształ scyntylacyjny

P – dzielnik napięcia

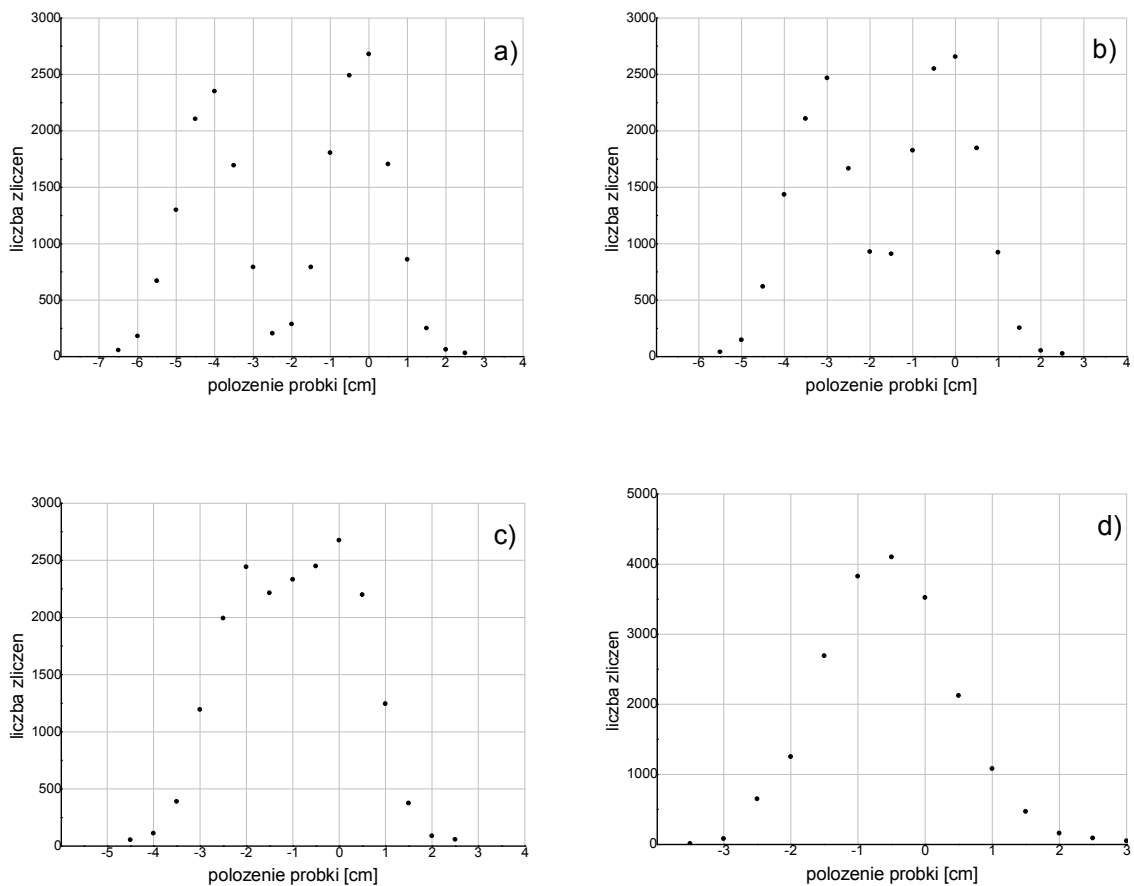
Rys. 27. Schemat aparatury pomiarowej.

3. Pomiar rozkładu gęstości źródła ^{22}Na

Na poniższych rysunkach zostały przedstawione pomiary wykonane na II Pracowni Fizycznej dla jednego źródła (rysunek 28) oraz dwóch źródeł umieszczonych w różnej odległości od siebie (rysunki 29a-d).



Rys. 28. Widmo eksperymentalne rozkładu gęstości dla jednego źródła ^{22}Na w funkcji położenia detektorów.



Rys. 29. Widmo eksperymentalne rozkładu gęstości dla dwóch źródeł ^{22}Na w funkcji położenia detektorów:

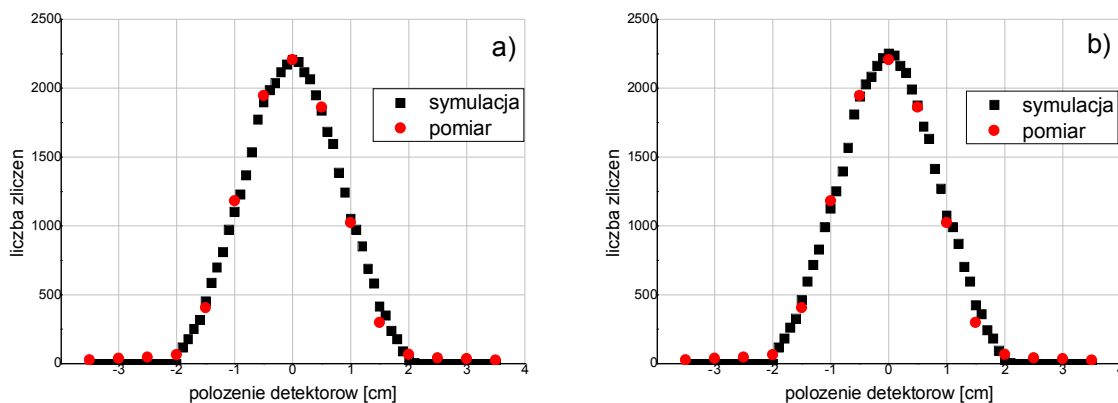
- a) źródła znajdują się w odległości 4 cm od siebie.
- b) źródła znajdują się w odległości 3 cm od siebie.
- c) źródła znajdują się w odległości 2 cm od siebie.
- d) źródła znajdują się w odległości 1 cm od siebie.

Gdy źródła są daleko od siebie widzimy wyraźnie dwa maksima wraz z malejącą między nimi odległością maksima coraz bardziej się przekrywają (rysunki 29a-c) a dla odległości 1 cm (rysunek 29d) widać już tylko jeden sygnał. Jednak jego szerokość jest większa niż szerokość analogicznego maksima dla pojedynczego źródła (rysunek 28). Zatem w ogólności znając pozycyjną zdolność rozdzielczą całego układu można wyznaczyć rozmiary obiektu emitującego pozytony.

V. Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacją

A. Porównanie wyników

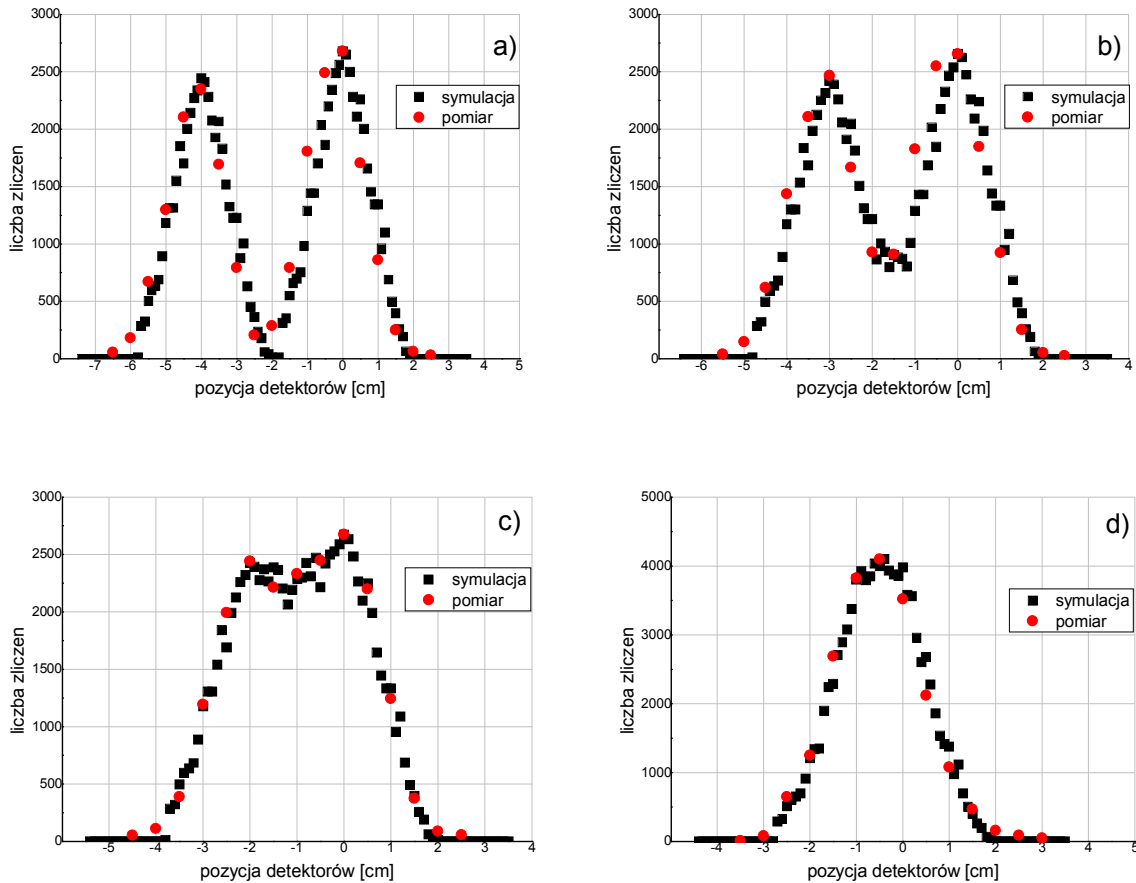
W tym podrozdziale przedstawię porównanie wyników pomiarów i symulacji dla jednego i dwóch źródeł. W celu lepszego porównania kształtu widm rozkłady z symulacji zostały przeskalowane do wyników uzyskanych z pomiaru. Normowania dokonałam na dwa sposoby: tak aby widma miały tę samą liczbę zliczeń w maksimum (rysunek 30a) oraz aby pola pod wykresem były takie same (rysunek 30b). Jak widać na rysunkach 30a-b wyniki uzyskane z eksperymentu i z symulacji dla jednego źródła zgadzają się ze sobą bardzo dobrze w ramach niepewności statystycznej niezależnie od metody normowania.



Rys. 30. Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacją dla jednego źródła:

- a) widma zostały unormowane w maksimum,
- b) unormowane do pola pod rozkładem.

Statystyczne niepewności pomiarowe dla danych doświadczalnych obliczane jak pierwiastek z liczby zliczeń są mniejsze niż wielkość punktów.



Rys. 31. Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacją dla dwóch źródeł, wykresy przeskalowane ze względu na maksimum:

- źródła umieszczone w odległości 4 cm od siebie,
- źródła umieszczone w odległości 3 cm od siebie,
- źródła umieszczone w odległości 2 cm od siebie,
- źródła umieszczone w odległości 1 cm od siebie.

Wyniki uzyskane dla dwóch źródeł (rysunki 31a-d), które były umieszczone względem siebie w różnej odległości, również zgadzają się ze sobą. Niewielkie przesunięcie w lewą stronę punktów eksperymentalnych (czerwonych) widoczne na rysunkach 31a-b są spowodowane niedokładnością przesuwania pudełka, w którym znajdowały się źródła ^{22}Na .

2. Wyznaczenie rozdzielczości przestrzennej modelu

Ponieważ symulacja bardzo dobrze zgadza się z eksperymentem to przestrzenną zdolność rozdzielczą można uzyskać wykonując symulacje dla źródła punktowego. Gdyby badany rozkład posiadał kształt odpowiadający krzywej Gaussa::

$$y = y_0 + \frac{A}{\sigma \sqrt{\pi/2}} \exp \left[-2 \frac{(x - x_c)^2}{\sigma^2} \right]$$

gdzie, σ oznacza odchylenie standardowe rozkładu, to szerokość całkowitą Γ w połowie wysokości można by powiązać z odchyleniem standardowym następującą formułą

$$\sigma = \frac{\Gamma}{2 \cdot \sqrt{\ln(4)}} \approx \frac{\Gamma}{2,35}$$

Na rysunku 32 została przedstawiona symulacja dla źródła punktowego umieszczonego dokładnie po środku detektorów (w początku układu współrzędnych przedstawionym na rysunku 18). Detektory znajdowały się w odległości 7cm od źródła.



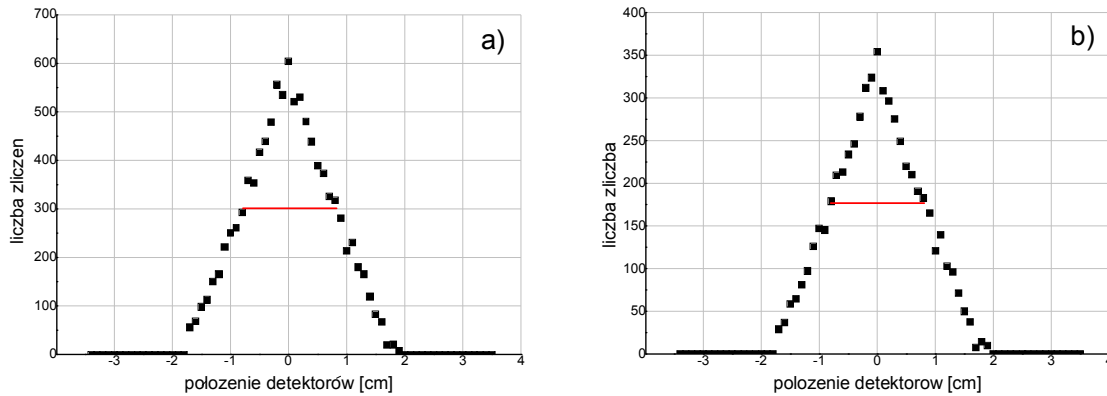
Rys. 32. Zależność liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla źródła punktowego.

Odległość pomiędzy detektorami wynosi 14 cm.

Szerokość połówkowa dla rozkładu na rysunku 32 wynosi 1,68 cm. Otrzymane widmo nie zgadza się z rozkładem Gaussa. Jednak w przybliżeniu możemy powiedzieć, że przestrzenna zdolność rozdzielcza modelu liniowego wyrażona jako odchylenie standardowe wynosi 0,71 cm (σ).

3. Studia rozdzielczości

Rysunki 33a-b przedstawiają widma rozkładu liczby zliczeń w zależności od przesunięcia detektorów dla dwóch różnych odległości między detektorami 30 i 40 cm.



Rys. 33. Zależność liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla źródła punktowego:

a) odległość pomiędzy detektorami wynosi 30 cm,

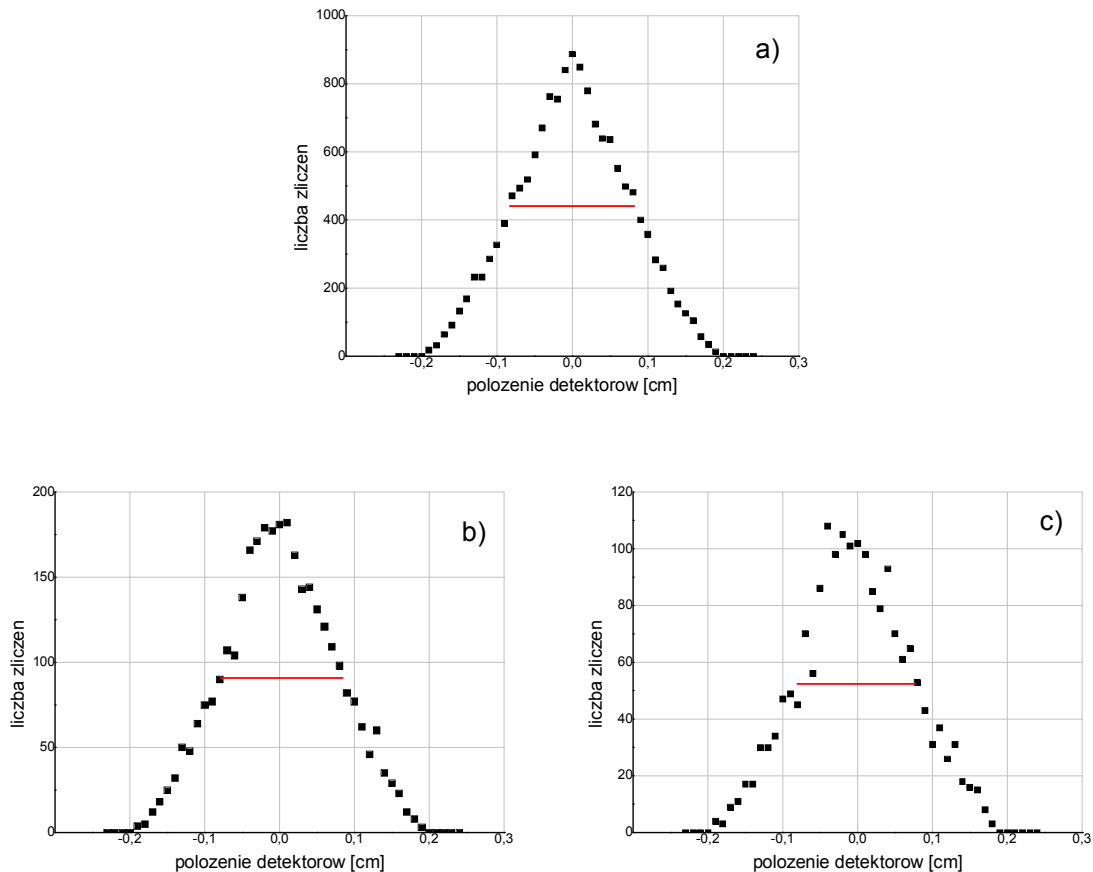
b) odległość pomiędzy detektorami wynosi 40 cm.

Symulacje z rysunku 33a-b zostały wykonane dla źródła punktowego ale dla różnej odległości między detektorami. Gdy odległość między detektorami wynosiła 30 cm (rysunek 33a), szerokość połówkowa rozkładu wynosiła 1,64 cm. Natomiast przestrzenna zdolność rozdzielcza wynosiła 0,70 cm (σ).

Dla odległości 40 cm między detektorami (rysunek 33b), szerokość połówkowa maksymalna wynosiła 1,62 cm. Przestrzenna zdolność rozdzielcza wyniosła 0,69 cm (σ).

Z powyższych rozważań mogę stwierdzić, że przestrzenna zdolność rozdzielcza liniowego modelu pozytonowego tomografu emisyjnego poprawia się w miarę zwiększania odległości pomiędzy detektorami. Jednak ze względu na duże rozmiary detektorów poprawa ta jest niewielka rzędu procenta.

Używając programu komputerowego wykonałam jeszcze raz symulacje ale tym razem dla detektorów, których promień wynosił 2 mm. Na rysunkach 34a-c przedstawiłam widma rozkładu liczby zliczeń w zależności od przesunięcia detektorów dla trzech różnych odległości między detektorami 14, 30 i 40 cm.



Rys. 34. Zależność liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla źródła punktowego (detektor o promieniu 2 mm):

- a) odległość pomiędzy detektorami wynosi 14 cm,
- b) odległość pomiędzy detektorami wynosi 30 cm,
- c) odległość pomiędzy detektorami wynosi 40 cm.

Szerokość połówkowa dla rozkładu na rysunku 34a wynosi 1,69 mm. W przybliżeniu możemy powiedzieć, że przestrzenna zdolność rozdzielcza modelu liniowego dla detektorów o promieniu 2 mm wyrażona jako odchylenie standardowe wynosi 0,72 mm (σ).

Gdy odległość między detektorami wynosiła 30 cm (rysunek 34b), szerokość połówkowa rozkładu wynosiła 1,61 mm, dając w przybliżeniu odchylenie standardowe w wielkości 0,68 mm (σ).

Dla odległości 40 cm między detektorami (rysunek 34c), szerokość połówkowa maksymalna wynosiła 1,55 mm. Przestrzenna zdolność rozdzielcza wyniosła 0,66 mm (σ).

Niezależnie od wielkości detektorów pozycyjna zdolność rozdzielcza układu wraz ze wzrostem odległości pomiędzy detektorami zawsze będzie stawać się coraz lepsza. Jednak przy zadanej wielkości detektorów od pewnej odległości zmiany te stają się niewielkie. I jak wykazują symulacje rozdzielczość zależy w największym stopniu od wielkości detektorów.

Napisany program symulacyjny stwarza możliwości wykonania szybkich obliczeń, które byłyby przydatne w czasie projektowania tomografu. Obliczenia te pomogłyby w dobraniu odpowiedniej wielkości detektorów oraz odległości w jakiej mają znajdować się detektory leżące naprzeciwko siebie. Korzystając z przeprowadzonych symulacji możemy tak dobrać te wielkości aby jak najbardziej zminimalizować koszty budowy takiego tomografu przy zadanym warunku na docelową zdolność rozdzielczą.

VI. Podsumowanie

W niniejszej pracy wykazałam że można zilustrować zasadę działania pozytonowego tomografu emisyjnego wykorzystując liniowy model, który był zbudowany z dwóch detektorów scyntylicyjnych oraz pudełka w którym umieszczone były źródła promieniotwórcze. Detektory scyntylicyjne z kryształem jodku sodu aktywowanego talem, których używałam były umieszczone naprzeciwko siebie. W ćwiczeniu emitery pozytonów był izotop promieniotwórczy ^{22}Na , który był umieszczony w pudełku. Pudełko było odpowiednio zaprojektowane tak, aby można w nim było zmieniać konfiguracje źródeł oraz jego pozycje względem detektorów. Pudełko w badanym modelu symbolizuje pacjenta u którego poszukuje się ognisk chorobowych. Posiadając liczbę zarejestrowanych par kwantów anihilacyjnych w funkcji położenia detektorów otrzymałam rozkład gęstości źródeł w badanym pudełku. Rozkład gęstości źródeł w zamkniętym pudełku można traktować jako analog rozkładu gęstości radiofarmaceutyku w badanym pacjencie.

Innym ważnym wynikiem jest to, że otrzymane rozkłady gęstości źródeł z eksperymentu zgadzają się z rozkładami, które uzyskuje za pomocą symulacji komputerowej. Symulacja polegała na wylosowaniu energii pozytonu, zgodnie z rozkładem energetycznym dla rozpadu β^+ jądra ^{22}Na . Następnie losowałam współrzędne punktu w którym następował rozpad β^+ jądra ^{22}Na oraz zgodnie z rozkładem jednorodnym kierunek w którym będzie poruszał się pozyton. Znając zasięg pozytonu dla danej energii mogłam wyliczyć miejsce anihilacji pozytonu z elektronem. Mając współrzędne punktu anihilacji pozytonu z elektronem, wyznaczyłam zgodnie z rozkładem jednorodnym kierunek lotu z kwantów γ . Kolejnym etapem programu było sprawdzenie czy kwanty γ z jednej anihilacji trafiły do obu detektorów i obliczenie prawdopodobieństwa ich jednoczesnego zarejestrowania. Znając to prawdopodobieństwo mogłam obliczyć liczbę kwantów γ zarejestrowanych w koincydencji w funkcji położenia detektorów.

Używając dwóch detektorów byłam w stanie wyznaczyć położenie źródła względem detektorów. Przesuwając pudełkiem, w którym znajdowało się źródło obserwowałam rozkład gęstości źródła względem położenia detektorów. Gdy źródło ^{22}Na znajdowało się dokładnie na środku pomiędzy detektorami, obserwowałam największą liczbę zarejestrowanych par kwantów anihilacyjnych. Natomiast gdy izotop promieniotwórczy ^{22}Na znajdował się poza polem widzenia detektorów, rejestrowałam już tylko koincydencje przypadkowe. Dla jednego źródła obserwowałam jeden rozkład, natomiast gdy używałam

dwóch emiterów pozytonów zauważałam dwa maksima. Gdy źródła były od siebie w dużej odległości obserwowałam dobrze widoczne dwa rozkłady. W momencie gdy izotopy promieniotwórcze ^{22}Na zbliżyłam do siebie, maksima pochodzące od nich częściowo się pokrywały. W sytuacji gdy odległość między środkami izotopów promieniotwórczych ^{22}Na wynosiła 1 cm, obserwowałam tylko jeden rozkład, ponieważ maksima tych źródeł pokryły się ze sobą. Obserwując ten rozkład i wiedząc jaki kształt ma maksimum dla jednego źródła, mogłam stwierdzić, że otrzymany rozkład nie pochodzi od jednego źródła, ponieważ jego szerokość połówkowa jest większa.

Kolejnym celem tej pracy było wyznaczenie przestrzennej zdolności rozdzielczej liniowego modelu pozytonowego tomografu emisyjnego. Ze względu na to że eksperyment zgadzał się bardzo dobrze z symulacją do obliczenia przestrzennej zdolności rozdzielczej modelu liniowego wykorzystałam przygotowany program do symulacji metodą Monte-Carlo. Aby wyznaczyć przestrzenną zdolność rozdzielczą założyłam, że źródło jest punktowe a detektory ustawione są w odległości 14 cm od siebie (odległość pomiędzy detektorami taka sama jak w eksperymencie). Przestrzenna zdolność rozdzielcza wyrażona jako odchylenie standardowe którą otrzymałam wyniosła 0,71 cm dla detektorów o promieniu 2 cm, natomiast dla detektorów o promieniu 2 mm wyniosła 0,72 mm. Dla różnych odległości pomiędzy detektorami obserwowałam, że im bardziej rozsuwamy detektory od siebie tym przestrzenna zdolność rozdzielcza staje się coraz lepsza ale ta poprawa nie jest zbyt duża. Dlatego przy projektowaniu detektorów aby uzyskać pożądaną zdolność rozdzielczą największą uwagę należy zwrócić na wielkość detektorów. Tak więc przygotowany program do symulacji Monte-Carlo może być przydatny do obliczeń potrzebnych przy projektowaniu pozytonowego tomografu emisyjnego.

Przykłady zastosowań pozytonowej tomografii emisyjnej

Poniższy dodatek oparty jest na informacji dostępnej w odnośniku [1, 4, 23]. Pozytonowy tomograf emisyjny wykorzystywany jest w medycynie głównie w onkologii, kardiologii i neurologii. Służy do odzwierciedlania procesów fizjologicznych lub patologicznych zachodzących w organizmie. Dzięki substancji znakowanej emitującym pozytonów oraz różnicy w metabolizmie glukozy, aminokwasów lub syntezy białek jesteśmy w stanie rozróżnić zdrowe komórki od chorych. Obraz z tomografu mówi nam przede wszystkim o funkcji, dzięki czemu możliwe jest zlokalizowanie nieprawidłowości już na poziomie komórki lub grupy komórek.

Badanie pozytonowym tomografem emisyjnym daje możliwości wykrycia wielu nowotworów, w różnym stopniu zaawansowania. Stopień aktywności metabolicznej guza pozwala przewidzieć jego złośliwość. Mając możliwość obrazowania całego ciała możemy zobaczyć jak duży jest guz i czy są przerzuty w węzłach chłonnych lub innych narządach. Pozytonowy tomograf emisyjny jest również niezbędny w ocenie skuteczności prowadzenia leczenia. Jesteśmy w stanie już po pierwszych kursach chemioterapii stwierdzić czy podjęte leczenie jest skuteczne czy należy je zmienić. Badanie z użyciem izotopów emitujących pozytony umożliwia wczesne wykrycie nawrotu choroby, dzięki temu pacjent ma duże szanse na wyleczenie. Badanie pozytonowym tomografem emisyjnym pozwala określić również rozmiar i stopień uszkodzenia mięśnia sercowego oraz jego żywotność. Wynik takiego badania decyduje o sposobie dalszego leczenia, to znaczy czy pacjent będzie leczony operacyjnie czy farmakologicznie. Badanie z użyciem radiofarmaceutyków (znakowanej wody lub aminokwasów) pozwala wykryć chorobę wieńcową (chorobę niedokrwinną serca). Dzięki informacji o stopniu ukrwienia serca jesteśmy w stanie wytypować zagrożonych i zapobiec zawałowi serca wprowadzając odpowiednie leczenie. Metoda pozytonowej tomografii emisyjnej stosuje się przy badaniu chorób neurologicznych związanych z zaburzeniami ruchu między innymi choroba Parkinsona, Huntingtona, Wilsona. Dzięki analizie obrazu mózgu możliwe jest zdiagnozowanie choroby Alzheimera na około 13 miesięcy przed diagnozą opartą tylko na objawach klinicznych. W przypadku udaru mózgu możemy wyróżnić uszkodzony obraz, jak również okolice oddalone od jego miejsca w wyniku zniszczonych dróg nerwowych. Zastosowanie odpowiednich radiofarmaceutyków pozwala rozpoznać inne zaburzenia takie jak schizofrenia czy depresja.

Spis tabel

Tab. 1. Nuklidy promieniotwórcze stosowane w metodzie PET	9
Tab. 2. Szybkość rozpadu stanów pozytonium.....	12
Tab. 3. Nuklidy promieniotwórcze stosowane w metodzie PET	14
Tab. 4. Reakcje otrzymywania znaczników pozytonowych.....	16
Tab. 5. Przykładowe radiofarmaceutyki.....	17
Tab. 6. Charakterystyka kryształów scyntylicyjnych	19
Tab. 7. Właściwości detektorów	22
Tab. 8. Właściwości sodu	30

Spis rysunków

1. Schemat rozpadu β^+ na poziomie kwarkowym	8
2. Kierunek emisji dwóch anihilujących kwantów gamma w układzie środka masy	9
3. Kierunek emisji dwóch anihilujących kwantów gamma w układzie laboratoryjnym	10
4. Anihilacja parapozytonium i ortopozytonium	11
5. Przekrój czynny na proces anihilacji z udziałem dwóch kwantów γ w funkcji energii	13
6. Postać radiofarmaceutyku ^{18}F -fluorodeoksyglukoza (^{18}F -FDG)	18
7. Schemat rozpadu izotopu ^{22}Na	21
8. Widmo otrzymane detektorem scyntylacyjnym	21
9. Widmo otrzymane detektorem półprzewodnikowym	22
10. Schemat anihilacji pozytonu i elektronu oraz proces detekcji kwantów γ	23
11. Rodzaje koincydencji	24
12. Schemat jednego pierścienia pozytonowego tomografu emisyjnego	27
13. Zdjęcie modelu liniowego	28
14. Pudełko w którym znajduje się źródło ^{22}Na	28
15. Rozpad promieniotwórczy β^+ jądra ^{22}Na	29
16. Wykres Kurie dla rozpadu β^+ jądra ^{22}Na	31
17. Widmo energetyczne pozytonów emitowanych w rozpadzie β^+ jądra ^{22}Na	31
18. Układ współrzędnych	32
19. Zasięg pozytonów w funkcji energii	33
20. Schemat układu	34
21. Schemat układu przedstawiający drogę jaką przebyły kwanty γ w detektorach	34
22. Symulacja zależności liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla jednego źródła	36
23. Symulacje zależności liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla dwóch źródeł	37
24. Schemat układu do ustawiania okien w analizatorze jednokanałowym	38
25. Maksyma pełnego pochłaniania kwantów anihilacyjnych pozytonów w rozpadzie β^+	39

26. Wejście sygnałowe i bramkujące bramki logicznej	39
27. Schemat aparatury	40
28. Widmo eksperymentalne rozkładu gęstości dla jednego źródła ^{22}Na w funkcji położenia detektorów.....	41
29. Widma eksperymentalne rozkładu gęstości dla dwóch źródeł ^{22}Na w funkcji położenia detektorów	41
30. Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacją dla jednego źródła	43
31. Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacją dla jednego źródła	44
32. Zależność liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla źródła punktowego, odległość pomiędzy detektorami wynosi 14 cm	45
33. Zależność liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla źródła punktowego	46
34. Zależność liczby zliczeń w funkcji położenia detektorów dla źródła punktowego (detektor o promieniu 2 mm)	47

Bibliografia

- [1] A.Z. Hrynkiewicz, E. Rokita „Fizyczne metody diagnostyki medycznej i terapii”
Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000, 102 – 111.
- [2] Michael Daniel „Particles, Feynman diagrams and all that” *Physics Education* 41 (2), 128.
- [3] J.L. Humm, A. Rosenfeld, A. Del Guerra. “From PET detectors to PET scanners”
European Journal of Nuclear Medicine and Molecular Imaging Vol. 30, No. 11, November
2003, 1576-1582.
- [4] S. Rupiński „Technika PET jako jedna z metod medycyny nuklearnej”
<http://www.if.pw.edu.pl/~pluta/pl/dyd/mfj/zal03/rupinski/RupinskiS.ppt>
- [5] Simone Weber, Andreas Bauer „Small animal PET: aspects of performance assessment”
European Journal of Nuclear Medicine and Molecular Imaging Volume 31, Number 11,
November 2004.
- [6] Jerzy Dryzek „Wstęp do spektroskopii anihilacji pozytonów w ciele stałym”
Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 1997, 11-28.
- [7] Particle Data Group „Review of Particle Physics”, *Journal of Physics G: Nuclear and
Particle Physics*, Volume 33 (2006).
- [8] J. D. Jackson „Elektrodynamika klasyczna” PWN Warszawa 1982, 502.
- [9] Sz. Szczeniowski „Fizyka doświadczalna” część IV, *Fizyka Jądra i cząstek elementarnych*
Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1974.
- [10] Donald H. Perkins „Wstęp do fizyki wysokich energii” Wydawnictwo Naukowe PWN,
Warszawa 2004, 105-108.
- [11] D.G. Cork, h. Yamato, K. Yajima, N. Hayashi, T. Sugawara and S. Kato „Automated
synthesis of radiopharmaceuticals for positron emission tomography: an apparatus for
labelling with [¹¹C] methyl iodide (MIASA)”, *Journal of Automatic Chemistry*, Volume
16, Number 6, (1994).
- [12] Jarosław Choiński „Oddział produkcji radiofarmaceutyków w ŚLCJ UW”,
<http://www.slcj.uw.edu.pl/pet/en/Pliki/Choinski.pdf>, „Production of PET Radionuclides”
<http://www.petnm.unimelb.edu.au/pet/detail/radionuc.html>
- [13] C. J. Bowers, S. J. Freedman, B. Fujikawa, A. O. Macchiavelli, R. W. MacLeod,
J. Reich, S. Q. Shang, P. A. Vetter, and E. Wasserman „New measurement of the b-g
directional correlation in ²²Na” *Physical Review C*, Volume 59, Number 2, February
1999, 1113.

- [14] H. Wenninger, J. Stiewe, H. Leutz „The ^{22}Na positron spectrum”, Nuclear Physics A109 (1968), 564.
- [15] H. Daniel nad G.W. Eakins „Beta-Gamma Directional Correlation In the Decay of Co^{60} and Na^{22} ” Physical Review, Volume 117, Number 5, 15 March 1960, 1566.
- [16] A.Z. Hrynkiewicz, E. Rokita „Fizyczne metody diagnostyki medycznej i terapii” Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa 2000, 24.
- [17] A. Strzałkowski „Wstęp do fizyki jądra atomowego” Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1978, 169-170.
- [18] Jerzy Dryzek „Wstęp do spektroskopii anihilacji pozytonów w ciele stałym” Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 1997, 35-44.
- [19] A. Strzałkowski „Wstęp do fizyki jądra atomowego” Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1978, 604-607.
- [20] ICRU Report 37 „Stopping Powers for Electrons and Positrons”, International Commission on Radiation Units and Measurements, 1984, 258-259.
- [21] J. Araminowicz, K. Małuszyński, M. Przytuła „Laboratorium fizyki jądrowej” PWN, Warszawa 1984.
- [22] Red. A. Hrynkiewicz „Człowiek i promieniowanie jonizujące” Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
- [23] „Zastosowanie PET-CT w diagnostyce i terapii chorób nowotworowych, układu sercowo-naczyniowego i ośrodkowego układu nerwowego”
http://media.euromedic.pl/PressOffice/PressRelease.73450.po?print_version=true